2023—2024 学年度北京师范大学三帆中学朝阳学校 3 月

数学调研

注意事项：

1．答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息

2．请将答案正确填写在答题卡上

第 I 卷（选择题）

一、单选题

1. 要使二次根式 $\sqrt{3x-6}$ 有意义，则 x 的取值范围是（　　）

A. $x>2$　　B. $x<2$　　C. $x\le 2$　　D. $x\ge 2$

【答案】D

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件：被开方数是非负数即可得出答案．

【详解】解：∵$3x-6\ge 0$，

∴$x\ge 2$，

故选：D．

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，掌握二次根式有意义的条件：被开方数是非负数是解题的关键．

2. 以下列各组数为边长，能构成直角三角形的是（　　）

A. 3，4，5　　B. 2，2，5　　C. 4，5，6　　D. 5，12，14

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了勾股定理逆定理，关键是掌握如果三角形的三边长 a，b，c 满足 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形就是直角三角形，据此先求出两小边的平方和，再求出最长边的平方，最后看看是否相等即可．

【详解】解：A、∵$3^2+4^2=5^2$，

∴三边长为 3，4，5，可以组成直角三角形，故此选项符合题意；

B、∵$2^2+2^2\ne 5^2$，

∴三边长为 2，2，5，不可以组成直角三角形，故此选项不符合题意；

C、∵$4^2+5^2\ne 6^2$，

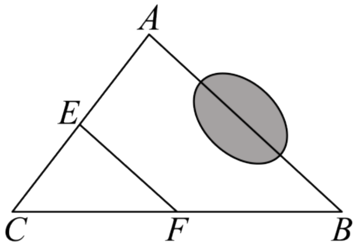
∴三边长为 4，5，6，不可以组成直角三角形，故此选项不符合题意；

D、$\because 5^2+12^2 \neq 14^2$，

∴三边长为 5，12，14，不可以组成直角三角形，故此选项不符合题意；

故选 A．

3. 如图，施工队打算测量 A，B 两地之间的距离，但 A，B 两地之间有一个池塘，于是施工队在 C 处取点，连接 AC，BC，测量 AC，BC 的中点 E，F 之间的距离是 50m，则 AB 两地之间距离为（　　）



A. 50m　　B. 80m　　C. 100m　　D. 120m

【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形中位线定理解答即可．

【详解】解：Q 点 E，F 分别为 AC，BC 的中点，

$\therefore EF$ 是 VABC 的中位线，

∴ $AB=2EF=100\text{m}$．

故选：C．

【点睛】本题考查的是三角形中位线定理，掌握三角形中位线等于第三边的一半是解题的关键．

4. 下列计算正确的是（　　）

A. $\sqrt{2^2}=2$　　B. $\sqrt{(-2)^2}=-2$　　C. $\sqrt[3]{-8}=2$　　D. $\sqrt{(-2)^2}=\pm 2$

【答案】A

【解析】

【分析】根据算术平方根与立方根的意义进行判断即可．

【详解】解：A. $\sqrt{2^2}=2$，故该选项正确；

B. $\sqrt{(-2)^2}=2$，故该选项错误；

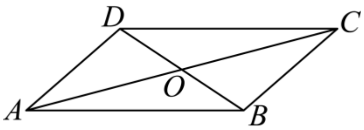
C. $\sqrt[3]{-8}=-2$，故该选项错误；

D. $\sqrt{(-2)^2}=2$，故该选项错误．

故选：A．

【点睛】本题考查算术平方根的意义及立方根的意义，掌握$\sqrt{a^2}=|a|$，$(\sqrt{a})^2=a(a>0)$，$\sqrt[3]{a^3}=a$，$(\sqrt[3]{a})^3=a$这几个公式是解题关键．

5. 如图，在四边形$ABCD$中，对角线AC与BD相交于点O，下列条件中不能判定四边形$ABCD$是平行四边形的是（　）



A. $OA=OC$，$OB=OD$　　B. $AB\parallel CD$，$AD\parallel CB$

C. $AB=CD$，$AD=CB$　　D. $AB\parallel CD$，$AD=CB$

【答案】D

【解析】

【分析】由平行四边形的判定定理对边对各个选项进行判断即可．

【详解】解：A、$\because OA=OC$，$OB=OD$，

$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形，故选项 A 不符合题意；

B、$\because AB\parallel CD$，$AD\parallel CB$，

$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形，故选项 B 不符合题意；

C、$\because AB=CD$，$AD=CB$，

$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形，故选项 C 不符合题意；

D、由$AB\parallel CD$，$AD=CB$，不能判定四边形$ABCD$是平行四边形，故选项 D 符合题意．

故选：D．

【点睛】本题考查了平行四边形的判定定理，熟记平行四边形的判定定理是解题的关键．

6. 在▱$ABCD$中，对角线AC，BD相交于点O，AC=8，BD=10，那么BC的取值范围是（　　）

A. 8<BC<10　　B. 2<BC<18　　C. 1<BC<8　　D. 1<BC<9

【答案】D

【解析】

【分析】易得两条对角线的一半和BC组成三角形，那么BC应大于已知两条对角线的一半之差，小于两条对角线的一半之和．

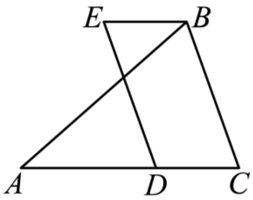
【详解】解：平行四边形的对角线互相平分得：两条对角线的一半分别是 5，4,

再根据三角形的三边关系，得：1＜BC＜9,

故选 D.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质、三角形三边关系，熟练掌握平行四边形的对角线互相平分是解本题的关键.

7. 如图，在△ABC 中，∠A＝40°，AB＝AC，点 D 在 AC 边上，以 CB，CD 为边作▱BCDE，则∠E 的度数为（　　）



A. 40°　　B. 50°　　C. 60°　　D. 70°

【答案】D

【解析】

【分析】先根据等腰三角形的性质和三角形的内角和定理求出$\angle C$的度数，再根据平行四边形的性质解答即可.

【详解】解：∵$\angle A=40°$，$AB=AC$，

∴$\angle ABC=\angle C=70°$，

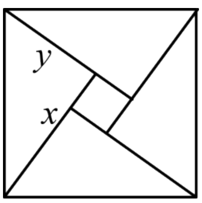
∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$\angle E=\angle C=70°$.

故选：D.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质、平行四边形的性质和三角形的内角和定理等知识，属于基础题型，熟练掌握等腰三角形和平行四边形的性质是解题关键.

8. 如图是用 4 个全等的直角三角形与 1 个小正方形镶嵌而成的正方形图案，已知大正方形面积为 49，小正方形面积为 4，若用x，y表示直角三角形的两直角边（$x>y$），下列四个说法：



①$x^2+y^2=49$，②$x-y=2$，③$2xy+4=49$，④$x+y=9$.

其中说法正确的是(　　)

A. ①②　　B. ①②③　　C. ①②④　　D. ①②③④

【答案】B

【解析】

【详解】可设大正方形边长为 a，小正方形边长为 b，所以据题意可得 $a^2=49,b^2=4$；

根据直角三角形勾股定理得 $a^2=x^2+y^2$，所以 $x^2+y^2=49$，式①正确；

因为是四个全等三角形，所以有 $x=y+2$，所以 $x-y=2$，式②正确；

根据三角形面积公式可得 $S_{\triangle}=\frac{xy}{2}$ ，而大正方形的面积也等于四个三角形面积加上小正方形的面积，所以 $4\times\frac{xy}{2}+4=49$，化简得 $2xy+4=49$，式③正确；

因为 $x^2+y^2=49$，$2xy+4=49$，

所以 $(x+y)^2=94$

所以 $x+y=\sqrt{94}$，因而式④不正确.

故答案为 B.

第Ⅱ卷（非选择题）

二、填空题

9. 若一个长方形的长为 $\sqrt{6}\text{cm}$，面积为 $8\sqrt{3}\text{cm}^2$，则它的宽为__________cm（保留根式）.

【答案】$4\sqrt{2}$

【解析】

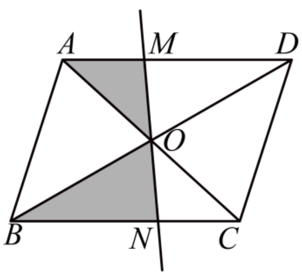
【分析】根据长方形的面积等于长乘以宽，利用二次根式的除法运算.

【详解】解：由题意可得：长方形宽 $=8\sqrt{3}\div\sqrt{6}=4\sqrt{2}\text{cm}$，

故答案为：$4\sqrt{2}$

【点睛】本题考查了二次根式的除法的应用，熟练掌握运算法则是解题的关键.

10. 如图，直线 MN 过▱$ABCD$ 的中心点 O，交 AD 于点 M，交 BC 于点 N，已知 $S_{▱ABCD}=4$，则 $S_{阴影}=$__.



【答案】1

【解析】

【分析】证明△AOM≌△CON（ASA），得到 $S_{\triangle AOM}=S_{\triangle CON}$，进而根据平行四边形的性质即可求解.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AM // CN$，$OA=OC$，

∴$\angle MAO=\angle NCO$，

∵$\angle AOM=\angle CON$，

∴$\triangle AOM\cong\triangle CON$（ASA），

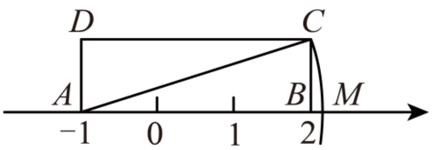
∴ $S_{\triangle AOM}=S_{\triangle CON}$，

∴ $S_{阴}=S_{\triangle AOM}+S_{\triangle BON}=S_{\triangle BOC}=\dfrac{1}{4}S_{平行四边形ABCD}=1$，

故答案为：1．

【点睛】本题考查了平行四边形的性质，解题的关键是学会用转化的思想思考问题．

11．如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=3, AD=1, AB$ 在数轴上，若以点 A 为圆心，对角线 AC 的长为半径作弧交数轴的正半轴于 M，则点 M 的坐标为__________．



【答案】$\left(\sqrt{10}-1,0\right)$##$\left(-1+\sqrt{10},0\right)$

【解析】

【分析】此题考查了坐标与图形，长方形的性质，勾股定理等知识点，根据长方形的性质得到 $BC=AD=1, \angle ABC=90^{\circ}$，根据勾股定理求出 AC，再求出答案即可．

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是长方形，$AB=3$，$AD=1$，

∴ $BC=AD=1, \angle ABC=90^{\circ}$，

∴ $AC=\sqrt{BC^2+AB^2}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，

∴ $AM=AC=\sqrt{10}$，

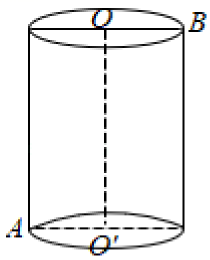
∵点 A 表示的数为 -1，

∴点 M 表示的数为 $\sqrt{10}-1$，

∴点 M 的坐标为 $\left(\sqrt{10}-1,0\right)$，

故答案为：$\left(\sqrt{10}-1,0\right)$．

12．如图，圆柱的底面半径为 24，高为 7π，蚂蚁在圆柱表面爬行，从点 A 爬到点 B 的最短路程是_____．



【答案】25π

【解析】

【分析】沿过 A 点和过 B 点的母线剪开，展成平面，连接 AB，则 AB 的长是蚂蚁在圆柱表面从 A 点爬到 B 点的最短路程，求出 AC 和 BC 的长，根据勾股定理求出斜边 AB 即可．

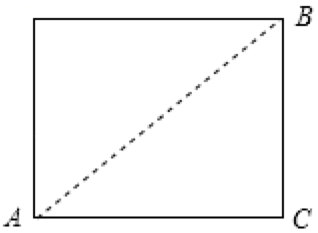
【详解】解：如图所示：沿过 A 点和过 B 点的母线剪开，展成平面，连接 AB，

则 AB 的长是蚂蚁在圆柱表面从 A 点爬到 B 点的最短路程，

AC＝$\frac{1}{2}\times 2\pi\times 24=24\pi$，$\angle C=90^\circ$，BC＝$7\pi$，

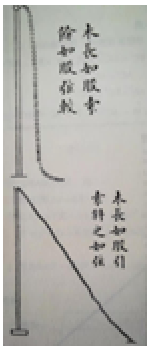
由勾股定理得：AB＝$\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{(24\pi)^2+(7\pi)^2}=25\pi$．

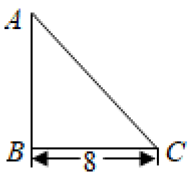
故答案为：25π．



【点睛】考核知识点：勾股定理．把问题转化为求线段长度是关键．

13. 我国古代的数学名著《九章算术》中有这样一道题目“今有立木，系索其末，委地三尺．引索却行，去本八尺而索尽．问索长几何？”译文为“今有一竖立着的木柱，在木柱的上端系有绳索，绳索从木柱上端顺木柱下垂后，堆在地面的部分尚有 3 尺，牵索沿地面退行，在离木柱根部 8 尺处时，绳索用尽．问绳索长是多少？”示意图如图所示，设绳索 AC 的长为 x 尺，木柱 AB 的长用含 x 的代数式表示为__尺，根据题意，可列方程为___．





【答案】　①. $\left(x-3\right)$　②. $\left(x-3\right)^2+8^2=x^2$

【解析】

【分析】设绳索长为 x 尺，根据勾股定理即可列出方程.

【详解】解：设绳索长为 x 尺，则木柱长为$\left(x-3\right)$尺，

根据勾股定理可列方程：$\left(x-3\right)^2+8^2=x^2$，

故答案为：$\left(x-3\right)$；$\left(x-3\right)^2+8^2=x^2$.

【点睛】本题考查勾股定理的应用，找准等量关系，列出方程是解题的关键.

14. 有下列说法：

①平行四边形具有四边形的所有性质；

②平行四边形是轴对称图形：

③平行四边形的任意一条对角线可把平行四边形分成两个全等的三角形；

④平行四边形的两条对角线把平行四边形分成 4 个面积相等的小三角形.

其中正确说法的序号是______.

【答案】①③④

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形的性质，解题的关键是掌握平行四边形的性质．根据平行四边形的性质逐一判断即可.

【详解】①平行四边形具有四边形的所有性质，正确；

②平行四边形不是轴对称图形，故原说法错误；

③平行四边形的任一条对角线可把平行四边形分成两个全等的三角形，正确；

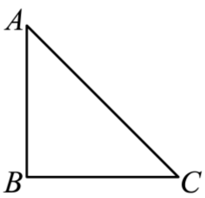
④平行四边形的两条对角线把平行四边形分成 4 个面积相等的小三角形，正确；

综上可知，说法正确的是①③④，

故答案为：①③④.

15. 如图所示，$\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 的周长为 $4+2\sqrt{3}$，斜边 AB 的长为 $2\sqrt{3}$，则 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 的面积为

____________.



【答案】1

【解析】

【分析】先求出直角三角形的两条直角边的和，然后再根据勾股定理求出两条直角边的平方和，再根据完全平方公式，进行变形计算即可.

【详解】解：∵ $Rt\triangle ABC$ 的周长为 $4+2\sqrt{3}$，斜边 AB 的长为 $2\sqrt{3}$，

∴ $AB+BC=4+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}=4$，

根据勾股定理得：$AB^2+BC^2=AC^2=\left(2\sqrt{3}\right)^2=12$，

∵ $\left(AB+BC\right)^2=AB^2+2AB\cdot BC+BC^2=4^2=16$，

∴ $12+2AB\cdot BC=16$，

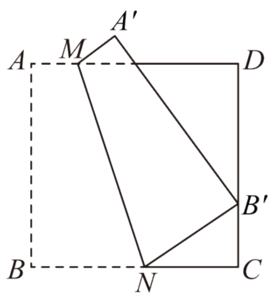
∴ $AB\cdot BC=2$，

∴ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC=1$.

故答案为：1.

【点睛】本题主要考查了勾股定理，三角形面积的计算，完全平方公式的变形计算，解题的关键是根据完全平方公式，求出 $AB\cdot BC=2$.

16. 如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 25 的正方形纸片，将其沿 MN 折叠，使点 B 落在 CD 边上的 B' 处，点 A 对应点为 A'，且 $B'C=5$，则 AM 的长是_______.



【答案】8

【解析】

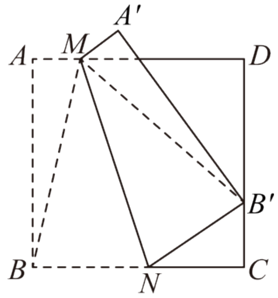
【分析】本题主要考查折叠问题及勾股定理，掌握折叠的性质和勾股定理是关键．设 $AM=x$，连接 BM，MB'，分别在 $Rt\triangle ABM$ 和 $Rt\triangle MDB'$ 中利用勾股定理得出三边关系，然后利用 $MB=MB'$ 得出 $AB^2+AM^2=MD^2+DB'^2$，最后利用方程求解即可.

【详解】设 $AM=x$，

∵正方形的边长为 25，$B'C=5$，

∴ $MD=25-x$，$DB'=25-5=20$，

连接 BM，MB'，



在 Rt$\triangle ABM$ 中，$AB^2+AM^2=BM^2$，

在 Rt$\triangle MDB'$ 中，$B'M^2=MD^2+DB'^2$，

$\because MB=MB'$，

$\therefore AB^2+AM^2=MD^2+DB'^2$，

即 $25^2+x^2=(25-x)^2+(25-5)^2$，

解得 $x=8$，

即 $AM=8$.

故答案为：8.

三、解答题

17. 计算：

（1）$\sqrt{18}-\sqrt{50}+4\sqrt{2}$；

（2）$\sqrt{1\frac{2}{3}}\div\sqrt{2\frac{1}{3}}\times\sqrt{1\frac{2}{5}}$；

（3）$3\sqrt{12}\times\sqrt{\frac{3}{2}}-\sqrt{8}+2\sqrt{32}$；

（4）$(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{5}-1)^2$.

【答案】（1）$2\sqrt{2}$

（2）1

（3）$15\sqrt{2}$

（4）$7-2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】本题考查二次根式混合运算，熟练掌握二次根式运算法则和使用平方差与完全平方公式简便计算是解题的关键.

（1）先化简二次根式，再合并同类二次根式即可；

（2）先把被开方数化为假分数，再根据二次根式的乘、除法法则计算即可；

（3）先算乘法，再算加减即可；

（4）根据平方差公式和完全平方公式展开，再合并同类项即可．

【小问 1 详解】

解：$\sqrt{18}-\sqrt{50}+4\sqrt{2}$

原式$=3\sqrt{2}-5\sqrt{2}+4\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}$

【小问 2 详解】

$\sqrt{1\frac{2}{3}}\div\sqrt{2\frac{1}{3}}\times\sqrt{1\frac{2}{5}}$

原式$=\sqrt{\frac{5}{3}}\div\sqrt{\frac{7}{3}}\times\sqrt{\frac{7}{5}}$

$=\sqrt{\frac{5}{3}\div\frac{7}{3}}\times\sqrt{\frac{7}{5}}$

$=\sqrt{\frac{5}{7}}\times\sqrt{\frac{7}{5}}$

$=\sqrt{\frac{5}{7}\times\frac{7}{5}}$

$=1$

【小问 3 详解】

$3\sqrt{12}\times\sqrt{\frac{3}{2}}-\sqrt{8}+2\sqrt{32}$

原式$=3\sqrt{12\times\frac{3}{2}}-2\sqrt{2}+8\sqrt{2}$

$=3\sqrt{18}-2\sqrt{2}+8\sqrt{2}$

$=9\sqrt{2}-2\sqrt{2}+8\sqrt{2}$

$=15\sqrt{2}$

【小问 4 详解】

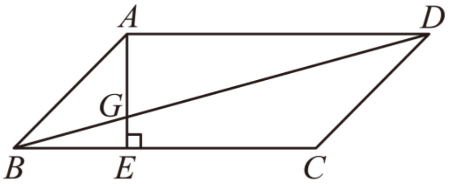
$\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{5}-1\right)^2$

原式$=\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{5}\right)^2-2\sqrt{5}+1$

$=3-2+5-2\sqrt{5}+1$

$=7-2\sqrt{5}$

18. 如图，在平行四边形$ABCD$中，连接对角线BD，$AE\perp BC$交BC于点E，交BD于点G.



（1）用尺规完成以下基本作图：过点C作AD的垂线，交AD于点F，交BD于点H；（不写作法，保留作图痕迹）

（2）在（1）所作的图形中，求证：$BG=DH$.（请补全下面的证明过程）

证明：$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$，①__________，

$\therefore \angle ADB=$②__________，

$\because CF\perp AD$，$AE\perp BC$，

$\therefore \angle AFC=90^\circ$，$\angle AEC=90^\circ$，

$\because$③__________，

$\therefore \angle GAD=\angle AEC=90^\circ$，$\angle HCB=\angle AFC=90^\circ$.

即④__________，

$\therefore \triangle BCH\cong\triangle DAG\left(\text{ASA}\right)$，

$\therefore$⑤__________，

$\therefore BH-GH=DG-GH$，

$\therefore BG=DH$

【答案】（1）见解析　（2）①$AD=BC$；②$\angle CBD$；③$AD\parallel BC$；④$\angle GAD=\angle HCB$；⑤$BH=DG$；证明见解析

【解析】

【分析】本题考查了作图——尺规作图（作垂线），全等三角形的判定与性质，平行四边形的性质解题的关键是灵活运用这些性质.

（1）根据 垂直平分线的尺规作图法，作出图形即可；