广东实验中学2023-2024学年高一上学期期末数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．命题“$\exists x\geq 0,2^{x}+x-a\leq 0$”的否定是（　）

A．$\forall x\leq 0,2^{x}+x-a\leq 0$　　B．$\forall x\geq 0,2^{x}+x-a>0$

C．$\exists x\leq 0,2^{x}+x-a>0$　　D．$\exists x\geq 0,2^{x}+x-a>0$

2．在$\triangle ABC$中，三个内角A、B、C所对应的边分别是a、b、c．已知α：$\sin A>\sin B$，β：$a>b$，则α是β的（　　）．

A．充分非必要条件；　　B．必要非充分条件；

C．充要条件；　　D．既非充分又非必要条件．

3．将$y=\sin\left(3x-\frac{3\pi}{4}\right)$图象上每一个点的横坐标变为原来的3倍（纵坐标不变），得到$y=g\left(x\right)$的图象，再将$y=g\left(x\right)$图象向左平移$\frac{3\pi}{4}$，得到$y=\varphi\left(x\right)$的图象，则$y=\varphi\left(x\right)$的解析式为（　）

A．$y=\sin x$　　B．$y=\cos x$　　C．$y=\sin 9x$　　D．$y=\sin\left(9x-\frac{3\pi}{2}\right)$

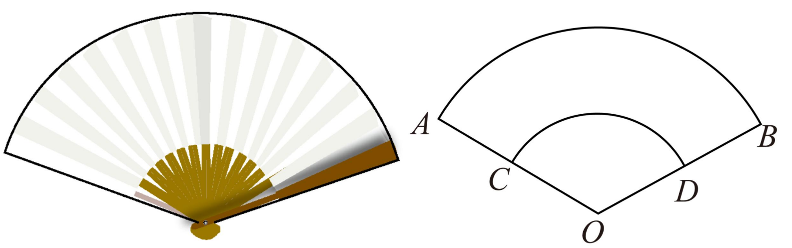
4．若函数$f\left(x\right)=a^{x}+b^{x}(a>0,b>0,a\neq 1,b\neq 1)$是偶函数，则$\frac{1}{a}+\frac{4}{b}$的最小值为（　）

A．4　　B．2　　C．$2\sqrt{2}$　　D．$2\sqrt{3}$

5．若函数$y=a^{2x+4}+3$（$a>0$且$a\neq 1$）的图象恒过定点A，且点A在角θ的终边上，则$\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)=$（　）

A．$-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

6．折扇图1在我国已有三千多年的历史，.它常以字画的形式体现我国的传统文化图2为其结构简化图，设扇面A，B间的圆弧长为l_1，C，D间的圆弧长为$l_2=\frac{1}{2}l_1$，当弦长AB为$d=2\sqrt{3}$，圆弧所对的圆心角为$\theta=\frac{2\pi}{3}$，则扇面字画部分的面积为（　）



A．π　　B．$\frac{4\pi}{3}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{\pi}{3}$

7．已知$9^m=10,a=10^m-11,b=8^m-9$，则（　）

A．$a>0>b$　　B．$a>b>0$　　C．$b>a>0$　　D．$b>0>a$

8．将函数$f\left(x\right)=\sin x$的图象先向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，再把所得函数图象的横坐标变为原来的$\frac{1}{\omega}(\omega>0)$倍，纵坐标不变，得到函数$g\left(x\right)$的图象，若函数$g\left(x\right)$在$\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$上没有零点，则$\omega$的取值范围是（　）

A．$\left[\frac{2}{3},\frac{8}{9}\right]$　　B．$\left(0,\frac{2}{9}\right]\cup\left[\frac{2}{3},\frac{8}{9}\right]$　　C．$\left(0,\frac{2}{3}\right)\cup\left[\frac{8}{9},1\right)$　　D．$\left(0,1\right)$

二、多选题

9．下列等式中正确的是（　）

A．$\sin 15°\cos 15°=\frac{1}{4}$　　B．$2\sin^2 22.5°-1=\frac{\sqrt{2}}{2}$

C．$\frac{\tan 71°-\tan 26°}{1+\tan 71°\tan 26°}=1$　　D．$\sin 26°\cos 34°+\cos 26°\sin 34°=\frac{1}{2}$

10．对于函数$f\left(x\right)=-2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\cos^2 x+1$，下列说法正确的是（　）

A．最小正周期为π　　B．$f\left(x\right)$的单调递减区间为$\left[k\pi-\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{\pi}{3}\right],k\in\mathbf{Z}$

C．图像关于$\left(\frac{\pi}{12},0\right)$对称　　D．对称轴方程为$x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6},\left(k\in\mathbf{Z}\right)$

11．已知$a>0$，$b>0$，且$a+b=1$，则（　）

A．$a^2+b^2\geq\frac{1}{2}$　　B．$2^{a-b}>\frac{1}{2}$

C．$\log_2 a+\log_2 b\geq-2$　　D．$\sqrt{a}+\sqrt{b}\leq\sqrt{2}$

12．设函数$f\left(x\right)$的定义域为$\mathbf{R}$，$f\left(x-1\right)$为奇函数，$f\left(x+1\right)$为偶函数，当$x\in\left(-1,1\right)$时，$f\left(x\right)=-x^2+1$，则下列结论正确的是（　）

A．$f\left(\frac{7}{2}\right)=-\frac{3}{4}$　　B．$f\left(x+7\right)$为奇函数

C．$f\left(x\right)$在$\left(6,8\right)$上为减函数　　D．方程$f\left(x\right)+\lg x=0$仅有 6 个实数解

三、填空题

13．已知$a>0$，且$a\neq 1$．若函数$f(x)=a^{x^2-2x+3}$有最大值，则关于x的不等式

$\log_a\left(x^2-5x+7\right)>0$的解集为________．

14．已知$\cos\left(40^\circ-\theta\right)+\cos\left(40^\circ+\theta\right)+\cos\left(80^\circ-\theta\right)=0$，则$\tan\theta=$_______．

15．函数$f\left(x\right)=\sin x-\cos x+\sin 2x$在区间$\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$上的值域是__________．

16．设$f\left(x\right)=\left|x+\dfrac{1}{x}\right|+\left|1-\dfrac{1}{x}\right|$，若存在$a\in\mathbf{R}$使得关于$x$的方程$\left(f\left(x\right)\right)^2+af\left(x\right)+b=0$恰有六个解，则$b$的取值范围是______．

四、解答题

17．（1）求值：$\lg 4+2\lg 5+\pi^0-3^{1+\log_3 2}$；

（2）若$\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$，化简$\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}+\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$．

18．已知$\sin\alpha=\dfrac{1}{7}$，$\cos(\alpha+\beta)=\dfrac{11}{14}$，其中$\alpha\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，$\beta\in(0,\pi)$.

(1)求角β；

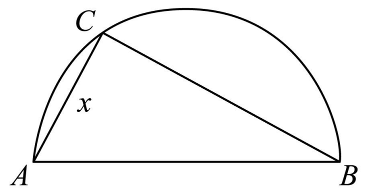
(2)求$\sin(2\alpha-\beta)$．

19．$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，设$(\sin B-\sin C)^2=\sin^2 A-\sin B\sin C$．

（1）求A；

（2）若$\sqrt{2}a+b=2c$，求$\sin C$.

20．两社区A和B相距2km，现计划在两社区外以AB为直径的半圆弧$\overset{\frown}{AB}$（不含A，B两点）上选择一点C建造口袋公园（如图所示），其对社区的噪音影响度与所选地点到社区的距离有关.口袋公园对社区A的噪音影响度是所选地点到社区A的距离的平方的反比例函数，比例系数为0.01；对社区B的噪音影响度是所选地点到社区B的距离的平方的反比例函数，比例系数为K，对社区A和社区B的总噪音影响度为对社区A和社区B的噪音影响度之和.记C点到社区A的距离为$x$km，建在C处的口袋公园对社区A和社区B的总噪音影响度为y.统计调查表明：当口袋公园建在半圆弧$\overset{\frown}{AB}$的中点时，对社区A和社区B的总噪音影响度为0.05.



(1)将 y 表示成 x 的函数；

(2)判断半圆弧 $\overset{\frown}{AB}$ 上是否存在一点，使得建在此处的口袋公园对社区A和社区 B 的总噪音影响度最小？若存在，求出该点到社区A的距离；若不存在，说明理由.

21．若函数 $y=T(x)$ 对定义域内的每一个值 x_1，在其定义域内都存在 x_2，使 $T\left(x_1\right)\cdot T\left(x_2\right)=1$ 成立，则称该函数为“圆满函数”.已知函数 $f(x)=\sin\dfrac{\pi}{4}x, g(x)=2^x-2^{-x}$；

（1）判断函数 $y=f(x)$ 是否为“圆满函数”，并说明理由；

（2）设 $h(x)=\log_2 x+f(x)$，证明：$h(x)$ 有且只有一个零点 x_0，且 $g\left(\sin\dfrac{\pi x_0}{4}\right)<\dfrac{5}{6}$.

22．已知函数 $f\left(x\right)=2^{|x-a|}, g\left(x\right)=3\times 2^{|x-b|}(x\in\mathrm{R}, a, b$ 为常数）.函数 $m\left(x\right)$ 定义如下：对每个给定的实数 $x, m\left(x\right)=\begin{cases} f\left(x\right), f\left(x\right)\le g\left(x\right) \\ g\left(x\right), f\left(x\right)>g\left(x\right) \end{cases}$.

(1)若 $a=2, b=4$，求 $m\left(x\right)$ 在 $\left[2,4\right]$ 上的最大值；

(2)若 $a,b\in\left(1,2023\right)$ 且 $m\left(1\right)=m\left(2023\right)$，求函数 $m\left(x\right)$ 在区间 $\left[1,2023\right]$ 上的单调增区间的长度之和.（闭区间 $\left[m,n\right]$ 的长度定义为 $n-m$）

参考答案：

1．B

【分析】利用含有量词的命题否定方法可得答案.

【详解】因为命题“$\exists x \geq 0, 2^x + x - a \leq 0$”的否定是“$\forall x \geq 0, 2^x + x - a > 0$”.

故选：B.

2．C

【分析】利用定义法直接判断.

【详解】充分性：由正弦定理$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$.因为$\sin A > \sin B$，可得$a > b$.故充分性满足；

必要性：由正弦定理$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$.因为$a > b$，可得$\sin A > \sin B$.故必有性满足.

故α是β的充要条件.

故选：C

3．A

【分析】根据三角函数图象平移规律可得答案.

【详解】将$y = \sin\left(3x - \frac{3\pi}{4}\right)$图象上每一个点的横坐标变为原来的3倍（纵坐标不变），得到

$g(x) = \sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$的图象，

再将$y = g(x)$图象向左平移$\frac{3\pi}{4}$，得到$\varphi(x) = \sin\left[\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - \frac{3\pi}{4}\right] = \sin x$的图象，

故选：A.

4．A

【分析】根据$f(x)$为偶函数求出$ab = 1$，再利用基本不等式求解.

【详解】由$f(x)$为偶函数可得$f(-x) = f(x)$，即$\frac{1}{a^x} + \frac{1}{b^x} = a^x + b^x$，

所以$\left(a^x + b^x\right)\left[(ab)^x - 1\right] = 0$.

因为$x \in \mathrm{R}$，且$a > 0$，$b > 0, a \neq 1, b \neq 1$，所以$a^x + b^x > 0$，

所以$ab = 1$，

则$\frac{1}{a} + \frac{4}{b} \geq 2\sqrt{\frac{1}{a} \times \frac{4}{b}} = 4$，当且仅当$\frac{1}{a} = \frac{4}{b}$，即$a = \frac{1}{2}, b = 2$时，$\frac{1}{a} + \frac{4}{b}$取最小值4.

故选：A

5．C

【分析】求出点A的坐标，利用三角函数的定义以及诱导公式可求得$\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)$的值.

【详解】当$2x+4=0$，即$x=-2$时，$y=4$，所以$A\left(-2,4\right)$，

所以$\cos\theta=\frac{-2}{\sqrt{\left(-2\right)^2+4^2}}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$，由诱导公式可得$\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)=-\cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

故选：C.

6．A

【分析】利用等腰三角形求得扇形半径OB，然后得出小扇形半径 OD，再由扇形面积公式计算.

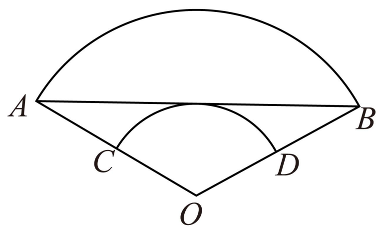
【详解】记$OA=R$，如图，在$\triangle OAB$中，因为$OA=OB=R$，$AB=2\sqrt{3}$，$\angle AOB=\theta=\frac{2\pi}{3}$，

所以$\frac{\frac{1}{2}AB}{R}=\sin\frac{\pi}{3}$，即$\frac{\sqrt{3}}{R}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$R=2$，

又$l_2=\frac{1}{2}l_1$，即$OD\cdot\frac{2\pi}{3}=\frac{1}{2}\times OB\cdot\frac{2\pi}{3}$，所以$OC=OD=\frac{1}{2}R=1$，

所以扇面字画部分的面积为$S=\frac{1}{2}\theta\cdot OA^2-\frac{1}{2}\theta\cdot OC^2=\frac{1}{2}\times\frac{2\pi}{3}\cdot(2^2-1^2)=\pi$，

故选：A.



7．A

【分析】法一：根据指对互化以及对数函数的单调性即可知$m=\log_9 10>1$，再利用基本不等式，换底公式可得$m>\lg 11$，$\log_8 9>m$，然后由指数函数的单调性即可解出.

【详解】**[方法一]：（指对数函数性质）**

由$9^m=10$可得$m=\log_9 10=\frac{\lg 10}{\lg 9}>1$，而$\lg 9\lg 11<\left(\frac{\lg 9+\lg 11}{2}\right)^2=\left(\frac{\lg 99}{2}\right)^2<1=\left(\lg 10\right)^2$，所以$\frac{\lg 10}{\lg 9}>\frac{\lg 11}{\lg 10}$，即$m>\lg 11$，所以$a=10^m-11>10^{\lg 11}-11=0$.

又$\lg 8\lg 10<\left(\dfrac{\lg 8+\lg 10}{2}\right)^2=\left(\dfrac{\lg 80}{2}\right)^2<(\lg 9)^2$，所以$\dfrac{\lg 9}{\lg 8}>\dfrac{\lg 10}{\lg 9}$，即$\log_8 9>m$，

所以$b=8^m-9<8^{\log_8 9}-9=0$.综上，$a>0>b$.

［方法二］:【最优解】（构造函数）

由$9^m=10$，可得$m=\log_9 10\in(1,1.5)$.

根据a,b的形式构造函数$f(x)=x^m-x-1(x>1)$，则$f'(x)=mx^{m-1}-1$，

令$f'(x)=0$，解得$x_0=m^{\frac{1}{1-m}}$，由$m=\log_9 10\in(1,1.5)$ 知$x_0\in(0,1)$.

$f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，所以$f(10)>f(8)$，即 $a>b$，

又因为$f(9)=9^{\log_9 10}-10=0$，所以$a>0>b$.

故选：A.

【点评】法一：通过基本不等式和换底公式以及对数函数的单调性比较，方法直接常用，属于通性通法；

法二：利用a,b的形式构造函数$f(x)=x^m-x-1(x>1)$，根据函数的单调性得出大小关系，简单明了，是该题的最优解.

8．B

【分析】根据函数的图象平移与伸缩变换可得$g(x)$，结合正弦函数的图象先判断$0<\omega\le 1$，根据正弦型图象的零点，列出不等式组，解出ω的范围即可.

【详解】将函数$f(x)=\sin x$的图象先向右平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位长度，可得$y=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$，

再把所得函数图象的横坐标变为原来的$\dfrac{1}{\omega}(\omega>0)$倍，纵坐标不变，可得$g(x)=\sin\left(\omega x-\dfrac{\pi}{3}\right)$的图象，

因为$\omega>0$，周期$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$，函数$g(x)$在$\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right)$上没有零点，

则$\dfrac{3\pi}{2}-\dfrac{\pi}{2}\le\dfrac{T}{2}=\dfrac{\pi}{\omega}$，所以$0<\omega\le 1$，

因为$\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{3\pi}{2}$，所以$\dfrac{\omega\pi}{2}-\dfrac{\pi}{3}<x<\dfrac{3\pi\omega}{2}-\dfrac{\pi}{3}$，

又 $g(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$ 上没有零点，所以 $\begin{cases}\frac{\omega\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\geq k\pi\\ \frac{3\omega\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\leq k\pi+\pi\end{cases},k\in Z$，解得 $2k+\frac{2}{3}\leq\omega\leq\frac{2k}{3}+\frac{8}{9}$，

又因为 $0<\omega\leq1$， $k=0,\frac{2}{3}\leq\omega\leq\frac{8}{9}$， $k=-1,-\frac{4}{3}\leq\omega\leq\frac{2}{9}$，所以 $0<\omega\leq\frac{2}{9}$ 或 $\frac{2}{3}\leq\omega\leq\frac{8}{9}$，

故选：B.

【点睛】关键点睛：本题求解的关键有两个，一是利用图象变换能准确求出变换后的函数解析式；二是利用区间内没有零点列出限制条件.

9．AC

【分析】A 选项，逆用正弦倍角公式进行求解；B 选项，逆用余弦二倍角公式计算；C 选项，逆用正切差角公式进行求解；D 选项，逆用正弦和角公式计算.

【详解】A 选项，$\sin15°\cos15°=\frac{1}{2}\sin30°=\frac{1}{4}$，A 正确；

B 选项，$2\sin^2 22.5°-1=-\cos45°=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，B 错误；

C 选项，$\frac{\tan71°-\tan26°}{1+\tan71°\tan26°}=\tan(71°-26°)=\tan45°=1$，C 正确；

D 选项，$\sin26°\cos34°+\cos26°\sin34°=\sin(26°+34°)=\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，D 错误.

故选：AC

10．ABD

【分析】先根据二倍角公式化简函数 $f(x)$ 解析式可得 $f(x)=2\cos(2x+\frac{\pi}{3})+2$，再由余弦函数的性质判断各选项的对错.

【详解】对于 A，

$\because f(x)=-2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\cos^2x+1=-\sqrt{3}\sin2x+1+\cos2x+1=2\cos(2x+\frac{\pi}{3})+2$，

$\therefore f(x)$ 的最小正周期为 π，故 A 正确，

对于 B，由 $2k\pi\leq2x+\frac{\pi}{3}\leq2k\pi+\pi(k\in\mathbf{Z})$，得 $-\frac{\pi}{6}+k\pi\leq x\leq k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$，

所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left[k\pi-\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{\pi}{3}\right](k\in\mathbf{Z})$，故 B 正确.

对于 C，令 $2x+\frac{\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，解得 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}(k\in\mathbf{Z})$，所以 $f(x)$ 的对称中心为 $\left(\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12},2\right)(k\in\mathbf{Z})$，故 C 错误；

对于 D，$f\left(x\right)$的图像的对称轴方程为$2x+\frac{\pi}{3}=k\pi\left(k\in\mathbf{Z}\right)$，即$x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\left(k\in\mathbf{Z}\right)$，故 D 正确.

故选：ABD.

11．ABD

【分析】根据$a+b=1$，结合基本不等式及二次函数知识进行求解.

【详解】对于 A，$a^2+b^2=a^2+\left(1-a\right)^2=2a^2-2a+1=2\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\geq\frac{1}{2}$，

当且仅当$a=b=\frac{1}{2}$时，等号成立，故 A 正确；

对于 B，$a-b=2a-1>-1$，所以$2^{a-b}>2^{-1}=\frac{1}{2}$，故 B 正确；

对于 C，$\log_2 a+\log_2 b=\log_2 ab\leq\log_2\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=\log_2\frac{1}{4}=-2$，

当且仅当$a=b=\frac{1}{2}$时，等号成立，故 C 不正确；

对于 D，因为$\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2=1+2\sqrt{ab}\leq1+a+b=2$，

所以$\sqrt{a}+\sqrt{b}\leq\sqrt{2}$，当且仅当$a=b=\frac{1}{2}$时，等号成立，故 D 正确；

故选：ABD

【点睛】本题主要考查不等式的性质，综合了基本不等式，指数函数及对数函数的单调性，侧重考查数学运算的核心素养.

12．ABD

【分析】根据$f\left(x+1\right)$为偶函数和$f\left(x-1\right)$为奇函数可得$f\left(\frac{7}{2}\right)=f\left(-\frac{3}{2}\right)=-f\left(-\frac{1}{2}\right)$即可判断 A；利用函数的奇偶性建立方程，证明$f\left(x\right)$为一个周期函数，即可判断 B；根据函数的单调性、对称性和周期性即可判断 C；利用数形结合的思想，结合图形即可判断 D.

【详解】A：$f\left(x+1\right)$为偶函数，故$f\left(x+1\right)=f\left(-x+1\right)$，

令$x=\frac{5}{2}$，得$f\left(\frac{7}{2}\right)=f\left(-\frac{5}{2}+1\right)=f\left(-\frac{3}{2}\right)$，

$f\left(x-1\right)$为奇函数，故$f\left(x-1\right)=-f\left(-x-1\right)$，

令$x=\frac{1}{2}$，得$f\left(-\frac{3}{2}\right)=-f\left(\frac{1}{2}-1\right)=-f\left(-\frac{1}{2}\right)$，其中$f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{4}+1=\frac{3}{4}$，

所以$f\left(\frac{7}{2}\right)=f\left(-\frac{3}{2}\right)=-f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{4}$，故 A 正确；

B：因为 $f\left(x-1\right)$ 为奇函数，则 $f\left(x-1\right)=-f\left(-x-1\right)$,得 $f(-x-2)=-f(x)$，

又 $f\left(x+1\right)$ 为偶函数，则 $f\left(x+1\right)=f\left(-x+1\right)$，得 $f\left(-x+2\right)=f\left(x\right)$，

所以 $f(-x-2)=-f(-x+2)$，令 $x=-x$ 得 $f(x-2)=-f(x+2)$，

即 $f(x)=-f(x+4)$，则 $f(x+8)=-f(x+4)=f(x)$，

即 $f(x+8)=f(x)$，所以 8 为函数 $f\left(x\right)$ 的一个周期.

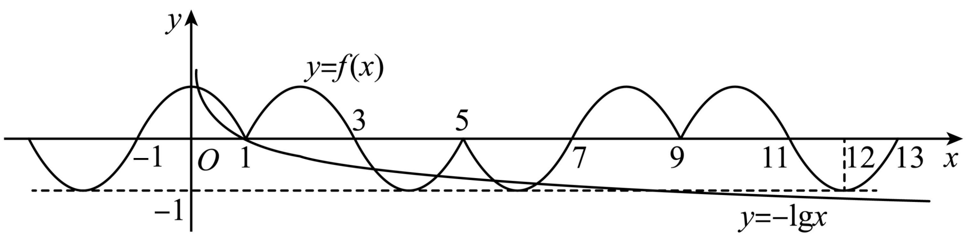
故 $f\left(x+7\right)=f\left(x-1\right)$，所以 $f\left(-x+7\right)=f\left(-x-1\right)=-f\left(x-1\right)=-f\left(x-1+8\right)=-f\left(x+7\right)$，

从而 $f\left(x+7\right)$ 为奇函数，故 B 正确；

C：$f\left(x\right)=-x^2+1$ 在区间 $\left(-1,0\right]$ 上是增函数，且 $f\left(x\right)$ 的图象关于点 $\left(-1,0\right)$ 对称，

所以 $f\left(x\right)$ 在 $\left(-2,0\right)$ 上单调递增，又 $f\left(x\right)$ 周期为 8，故 $f\left(x\right)$ 在 $\left(6,8\right)$ 上单调递增，故 C 错误；

D：作出 $f\left(x\right)$ 与 $y=-\lg x$ 的大致图象，如图所示，



其中 $y=-\lg x$ 单调递减且 $-\lg 6>-1,-\lg 12<-1$，所以两函数图象有 6 个交点，

故方程 $f\left(x\right)+\lg x=0$ 仅有 6 个实数解，故 D 正确.

故选：ABD.

13．$\left(2,3\right)$

【分析】由复合函数单调性可确定 $u=x^2-2x+3$ 在 $\left(-\infty,1\right)$ 上单调递减，在 $\left(1,+\infty\right)$ 上单调递增；由函数有最大值可知 $f\left(u\right)=a^u$ 单调递减，得到 $0<a<1$；根据对数函数单调性可将不等式化为 $0<x^2-5x+7<1$，解不等式求得结果.

【详解】Q $f(x)=a^{x^2-2x+3}$，\ $f\left(x\right)$ 定义域为 R

Q $u=x^2-2x+3$ 在 $\left(-\infty,1\right)$ 上单调递减，在 $\left(1,+\infty\right)$ 上单调递增

$\because f\left(x\right)$ 有最大值，$\therefore f\left(u\right)=a^u$ 需在 R 上单调递减，$\therefore 0<a<1$