离散数学复习思考题一及答案

一、选择题（每题 2 分，共 20 分）

1、下列语句中，(B)是命题。

A. 请把门关上

B. 地球外的星球上也有人

C. x + 5 > 6

D. 下午有会吗？

2、设命题公式 $G=\neg(P\to Q)$，$H=P\to(Q\to\neg P)$，则 G 与 H 的关系是(A)。

A. $G\Rightarrow H$

B. $H\Rightarrow G$

C. $G=H$

D.以上都不是.

3、设 A, B 为集合，当(D)时 A-B＝B。

A. A＝B

B. $A\subseteq B$

C. $B\subseteq A$

D. $A=B=\emptyset$.

4、设集合 A = {1,2,3,4}，A 上的关系 R＝{(1,1),(2,3),(2,4),(3,4)}，则 R 具有(B)。

A. 自反性

B. 传递性

C. 对称性

D. 以上答案都不对

5、设 G 是连通平面图，有 5 个顶点，6 个面，则 G 的边数是(A)。

A. 9 条

B. 5 条

C. 6 条

D. 11 条

6、设 G 是 5 个顶点的完全图，则从 G 中删去(A)条边可以得到树。

A. 6

B. 5

C. 10

D. 4

7、设 S1={1，2，…，8，9}，S2={2，4，6，8}，S3={1，3，5，7，9}，S4={3，4，5}，S5={3，5}，在条件$X \subseteq S_1$且$X \not\subset S_3$下 X 与（ C ）集合相等。

A. X=S2 或 S5 ；

B. X=S4 或 S5；

C. X=S1，S2 或 S4；

D. X 与 S1，…，S5 中任何集合都不等

8、设 R 和 S 是集合 A 上的关系,R∩S 必为反对称关系的是(A)。

A. 当 R 是偏序关系,S 是等价关系

B. 当 R 和 S 都是自反关系

C. 当 R 和 S 都是等价关系

D. 当 R 和 S 都是传递关系

9、设 R 和 S 是 P 上的关系，P 是所有人的集合，

$R=\{<x,y>|\ x,y \in P \wedge x\text{是}y\text{的父亲}\}$，$S=\{<x,y>|\ x,y \in P \wedge x\text{是}y\text{的母亲}\}$，则

$S^{-1} \circ R$ 表示关系 （ A ）。

A. $\{<x,y>|\ x,y \in P \wedge x\text{是}y\text{的丈夫}\}$

B. $\{<x,y>|\ x,y \in P \wedge x\text{是}y\text{的孙子或孙女}\}$

C. Ø

D. $\{<x,y>|\ x,y \in P \wedge x\text{是}y\text{的祖父或祖母}\}$

10、设$S=\{\Phi,\{1\},\{1,2\}\}$，则有（ A ）$\subseteq S$ 。

A. {{1,2}}

B. {1,2 }

C. {1}

D. {2}

二、填空题（每空 2 分，共 20 分）

1、设 A,B,R 是三个集合，其中 R 是实数集，A = {x | -1≤x≤1, x∈R}, B = {x | 0≤x < 2, x∈R},则 A-B =____, B-A = ____, A∩B =____。

-1≤x<0; {x | 1 < x < 2, x∈R}; {x | 0≤x≤1, x∈R}

2、设集合 A＝{2, 3, 4, 5, 6}，R 是 A 上的整除关系，则 R 以集合形式(列举法)记为____。

{(2, 2),(2, 4),(2, 6),(3, 3),(3, 6),(4, 4),(5, 5),(6, 6)}

3、设一阶逻辑公式 G=∀xP(x)→∃xQ(x)，则 G 的前束范式是____。

∃x(¬P(x)∨Q(x))

4、设 G 是具有 8 个顶点的树，则 G 中增加____条边才能把 G 变成完全图。(完全图的边数 $\frac{n(n-1)}{2}$ ，树的边数为 n-1)

21

5、设 G 是完全二叉树，G 有 7 个点，其中 4 个叶点，则 G 的总度数为____，分枝点数为____。 12; 3

6、判断一个语句是否为命题，首先要看它是否为____，然后再看它是否具有唯一的____。陈述句；真值

三、计算证明题（每题 10 分，共 40 分）

1、 设 R 和 S 是集合 A＝{a, b, c, d}上的关系，其中 R＝{(a, a),(a, c),(b, c),(c, d)},S＝{(a, b),(b, c),(b, d),(d, d)}。

(1) 试写出 R 和 S 的关系矩阵;

(2) 计算 R·S, R∪S, R-1, S-1·R-1。

解：

(1) $$M_R=\begin{bmatrix}1&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}\qquad M_S=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

(2)R·S＝{(a, b),(c, d)},

R∪S＝{(a, a),(a, b),(a, c),(b, c),(b, d),(c, d),(d, d)}, R-1＝{(a, a),(c, a),(c, b),(d, c)},

S-1·R-1＝{(b, a),(d, c)}。

2、设一阶逻辑公式：$G = (\forall xP(x)\vee\exists yQ(y))\rightarrow\forall xR(x)$，把 G 化成前束范式。

解：

$G = (\forall xP(x)\vee\exists yQ(y))\rightarrow\forall xR(x)$

$= \neg(\forall xP(x)\vee\exists yQ(y))\vee\forall xR(x)$

$= (\neg\forall xP(x)\wedge\neg\exists yQ(y))\vee\forall xR(x)$

$= (\exists x\neg P(x)\wedge\forall y\neg Q(y))\vee\forall zR(z)$

$= \exists x\forall y\forall z((\neg P(x)\wedge\neg Q(y))\vee R(z))$

3、设命题公式 $G =\neg(P\rightarrow Q)\vee(Q\wedge(\neg P\rightarrow R))$，求 G 的主析取范式。

解：

$G = \neg(P\rightarrow Q)\vee(Q\wedge(\neg P\rightarrow R))$

$= \neg(\neg P\vee Q)\vee(Q\wedge(P\vee R))$

$= (P\wedge\neg Q)\vee(Q\wedge(P\vee R))$

$= (P\wedge\neg Q)\vee(Q\wedge P)\vee(Q\wedge R)$

$= (P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)$

$= (P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)$

$= m3\vee m4\vee m5\vee m6\vee m7 = \Sigma(3, 4, 5, 6, 7)$。

解：

$G = \neg(P\rightarrow Q)\vee(Q\wedge(\neg P\rightarrow R))$

$= \neg(\neg P\vee Q)\vee(Q\wedge(P\vee R))$

$= (P\wedge\neg Q)\vee(Q\wedge(P\vee R))$

$= (P\wedge\neg Q)\vee(Q\wedge P)\vee(Q\wedge R)$

$= (P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)$

$= (P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)$

$= m3\vee m4\vee m5\vee m6\vee m7 = \Sigma(3, 4, 5, 6, 7)$。

4、某班有 25 名学生，其中 14 人会打篮球，12 人会打排球，6 人会打篮球和排球，5 人会打篮球和网球，还有 2 人会打这三种球。而 6 个会打网球的人都会打另外一种球，求不会打这三种球的人数。

解：

设 A、B、C 分别表示会打排球、网球和篮球的学生集合。则：

$|A|=12$，$|B|=6$，$|C|=14$，$|A\cap C|=6$，$|B\cap C|=5$，$|A\cap B\cap C|=2$，$|(A\cup C)\cap B|=6$。

因为 $|(A\cup C)\cap B|=|(A\cap B)\cup(B\cap C)|=|(A\cap B)|+|(B\cap C)|-|A\cap B\cap C|=|(A\cap B)|+5-2=6$，所以 $|(A\cap B)|=3$。于是 $|A\cup B\cup C|=12+6+14-6-5-3+2=20$，$|\overline{A\cup B\cup C}|=25-20=5$。故，不会打这三种球的共 5 人。

四、证明题（每题 10 分，共 20 分）

1、A,B 为两个任意集合，求证：$A-(A\cap B)=(A\cup B)-B$ 。

证明：

$A-(A\cap B)$

$=A\cap \sim(A\cap B)$

$=A\cap(\sim A\cup \sim B)$

$=(A\cap \sim A)\cup(A\cap \sim B)$

$=\varnothing\cup(A\cap \sim B)$

$=(A\cap \sim B)$

$=A-B$

而 $(A\cup B)-B$

$=(A\cup B)\cap \sim B$

$=(A\cap \sim B)\cup(B\cap \sim B)$

$=(A\cap \sim B)\cup\varnothing$

$=A-B$

所以：$A-(A\cap B)=(A\cup B)-B$