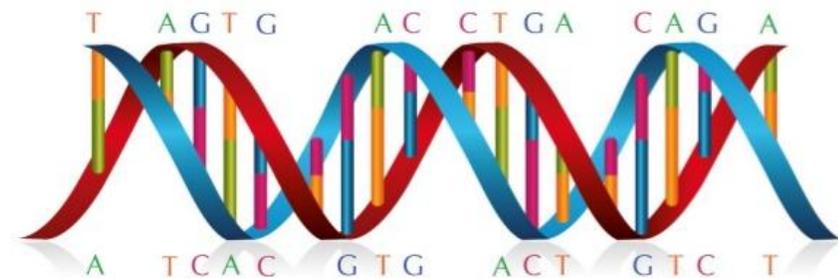


选择性必修三 第六章

计数原理

1.核糖核酸(RNA)分子有碱基按一定顺序排列而成。已知**碱基有4种**，但由成百上千个碱基组成的**RNA分子的种数**非常巨大。为什么？

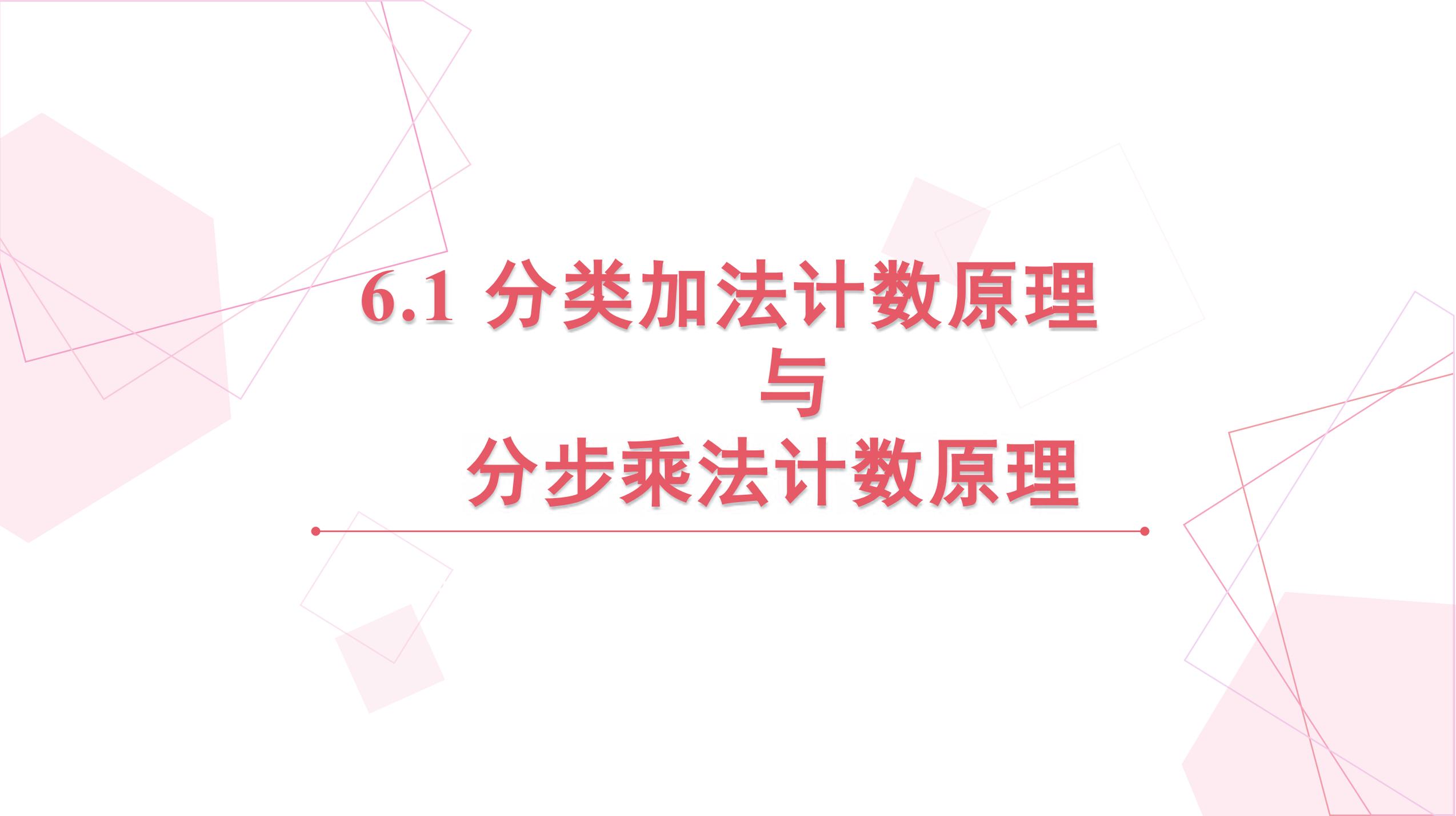


2.若某地的汽车牌照由**至多2个大写英文字母**和**3个阿拉伯数字**构成，则共有多少个车牌号码可供民众挑选？



3.用**红、黄、绿**三面旗帜组成航海信号，颜色不同排列表示不同的信号，可组成多少种不同的信号？





6.1 分类加法计数原理 与 分步乘法计数原理

课堂思考

问题1. 用1个大写英文字母或1个阿拉伯数字给教室座位编号，总共能编出多少种不同的号码？

编号有2类方案：

第一类方案：有26种不同方法；

第二类方案：有10种不同方法；

编号共有 $26+10=36$ 种不同方法。

分类加法计数原理-P2

问题2. 用1个大写英文字母和1个阿拉伯数字给教室座位编号(以 $A_0, A_1, \dots, A_9, B_0, B_1, \dots$ 的方式)总共能编出多少种不同的号码？

编号有2个步骤：

第一个步骤：有26种不同方法；

第二个步骤：有10种不同方法；

编号共有 $26 \times 10 = 260$ 种不同方法。

分步乘法计数原理-P4



★两个计数原理

树状图

问题1. 用1个大写英文字母或1个阿拉伯数字给教室座位编号，总共能编出多少种不同的号码？

编号共有 $26+10=36$ 种不同方法.

分类加法计数原理-P2:

完成一件事有2类不同的方案，**第1类方案**有 m 种方法；
第2类方案有 n 种方法；
则完成该事共有 $m+n$ 种方法.

两类方案中的方法**各不相同**，用任何一种方法都可以完成这件事.

问题2. 用1个大写英文字母和1个阿拉伯数字给教室座位编号(以 $A_0, A_1, \dots, B_0, B_1, \dots$ 的方式)总共能编出多少种不同的号码？

编号共有 $26 \times 10 = 260$ 种不同方法.

分步乘法计数原理-P4:

完成一件事有2个步骤，
第1步有 m 种方法；
第2步有 n 种方法；
则完成该事共有 $m \times n$ 种方法.

无论第1步采用哪种方法，与之对应的第2步都有相同的方法数.

★两个计数原理的简单应用

[例1]填报高考志愿时，一名高中毕业生了解到，A,B,C三所大学各有一些自己感兴趣的专业，具体情况如下：

A大学	B大学	C大学
生物工程	应用数学	信息技术学
化学	会计学	法学
中医学	金融学	汉语言文学
物理学	工商管理	
土木工程		

两类方案中的方法**各不相同**，用任何一种方法都可以完成这件事。

分类加法：
 $5+4+3=12$

若这名同学只能选择一个专业，则他共有____种选择。



★两个计数原理的简单应用

[例2]某班有男生30名，女生24名，现要从中选出男、女生各一名，代表班级参加比赛，共有_____种不同的选法.

析：第1步：选男生，有30种选法
第2步：选女生，有24种选法
共 $30 \times 24 = 720$ 种选法.

P7-2.从5名同学中选出正、副组长各1名，有多少种不同的选法？

析：先选正组长，再选副组长，共 $5 \times 4 = 20$ 种选法

P7-1.某电话局管辖范围内的电话号码由8位数字组成，其中前4位的数字是不变的，后4位数字都是0~9之间的一个数字，这个电话局不同的电话号码最多有多少个？

析： $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$ (个)



★两个计数原理的简单应用

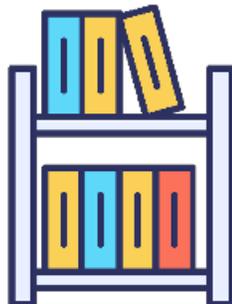
[例3]书架的第1层放有4本不同的计算机书，第2层放有3本不同的文艺书，第3层放有2本不同的体育书。

- (1)从书架上任取1本书，有多少种不同的取法？
- (2)从书架的第1、2、3层各取1本书，有多少种不同的取法？
- (3)从书架上任取2种不同类型的书各1本，有多少种不同的取法？

解：(1) $4+3+2=9$.

(2) $4\times 3\times 2=24$.

(3) $4\times 3+4\times 2+3\times 2=26$.



注：有些较复杂的问题往往需要先“分类”，再在每一类中“分步”，综合应用分类计数原理和分步计数原理。



[例4]要从甲、乙、丙3幅不同的画中选出2幅,分别挂在左、右两边墙上的指定位置,问共有多少种不同的挂法?



(法一) 分步乘法 $3 \times 2 = 6$

第1步: 选出2幅画 (3种: 甲乙、甲丙、乙丙)

第2步: 对2幅画确定左右 (各2种挂法)

(法二) 分步乘法 $3 \times 2 = 6$

第1步: 选1幅挂左边 (3种: 甲、乙、丙)

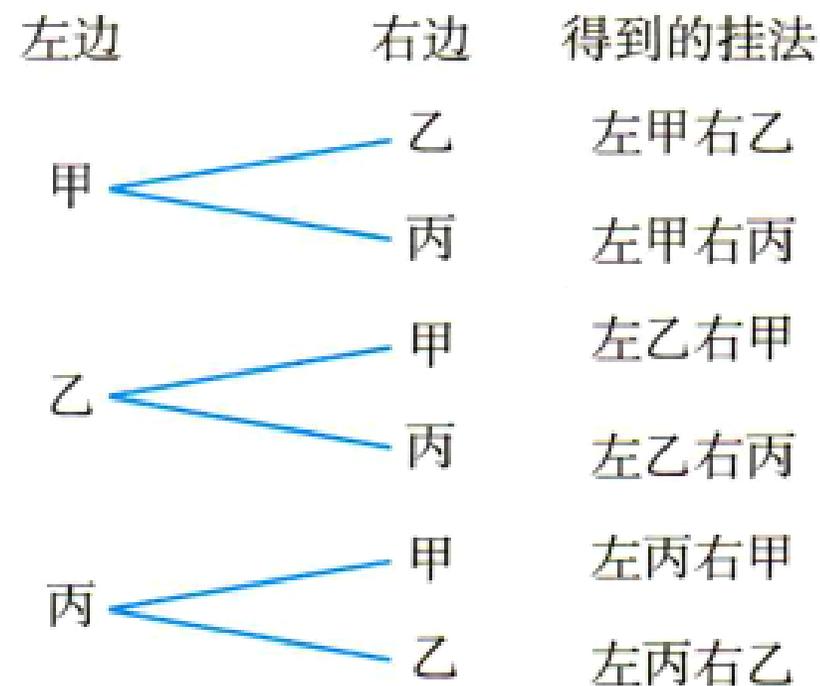
第2步: 选1幅挂右边 (各2种选择)

(法三) 分类加法 $2+2+2=6$

第1类: 甲在左 (2种方法: 甲乙、甲丙)

第2类: 乙在左 (2种方法: 乙丙、乙甲)

第3类: 丙在左 (2种方法: 丙甲、丙乙)



★两个计数原理的简单应用

[例8]通常，我国民用汽车号牌的编号由两部分组成：第一部分为用汉字表示的、省、自治区、直辖市简称和用英文字母表示的发牌机关代号，第二部分为由阿拉伯数字和英文字母组成的序号，如图6.1-5所示。

其中，序号的编码规则为：

- (1)由10个阿拉伯数字和除O, I之外的24个英文字母组成；
- (2)最多只能有2个英文字母。

如果某地级市发牌机关采用5位序号编码，
那么这个发牌机关最多能发放多少张汽车号牌？

析：①无字母： $10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ (种)

②1个字母： $(24 \times 10 \times 10 \times 10) \times 5 = 1\ 200\ 000$ (种)

③2个字母： $(24 \times 24 \times 10 \times 10 \times 10) \times 10 = 5\ 760\ 000$ (种)

共 $1\ 000 + 1\ 200\ 000 + 5\ 760\ 000 = 7\ 060\ 000$ (种)



探究与发现：P12-13

n 元集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 的子集有 2^n 个。

要得到 A 的子集 B , 可分 n 步:

第1步: 确定 a_1 是否在 B 中 —— **2种可能** $a_1 \in B, a_1 \notin B$

第2步: 确定 a_2 是否在 B 中 —— **2种可能** $a_2 \in B, a_2 \notin B$

.....

第 n 步: 确定 a_n 是否在 B 中 —— **2种可能** $a_n \in B, a_n \notin B$

分步乘法: $2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^n.$

n 个2相乘



巩固：课本P7练习

P7-3.从1, 2, ..., 19, 20中任选一个数作被减数, 再从1, 2, ..., 10中任选一个数作减数, 然后写成一个减法算式, 共可得到多少个不同的算式?

析: $20 \times 10 = 200$ (个)

P7-4.在1, 2, ..., 500中, 被5除余2的数共有多少个? **共100个**

析: 被5除余2的数为 $5n+2(n \in \mathbb{N})$,

令 $1 \leq 5n+2 \leq 500$, 得 $0 \leq n \leq 99$.

P7-5.由数字1, 2, 3, 4, 5可以组成多少个三位数

①各位上的数字可以重复: $5 \times 5 \times 5 = 125$ (种)

②各位上的数字不可以重复: $5 \times 4 \times 3 = 60$ (种)



巩固：课本P11-12练习

1. 乘积 $(a_1 + a_2 + a_3)(b_1 + b_2 + b_3)(c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5)$ 展开后有多少项

析：展开后每一项都是 $a_i b_j c_k$ 的形式

分步确定 a_i, b_j, c_k , 共 $3 \times 3 \times 5 = 45$ (项)

2. 在所有的两位数中，个位数字小于十位数字的有多少个？

析：按个位数分类，共 $9+8+7+6+5+4+3+2+1=45$ (种)

3. 某商场有6个门，如果某人从其中的任意一个门进入商场，并且要求从其他的门出去，那么共有多少种不同的进出商场的方式？

析：先选进入的门，再选出去的门，共 $6 \times 5 = 30$ (种)



巩固：课本P11-12练习

4.任意画一条直线，在直线上任取 n 个分点.

(1)从这 n 个分点中任取2个点形成一条**线段**，可得到多少条线段？

析：共得 $\frac{n(n-1)}{2}$ 条线段

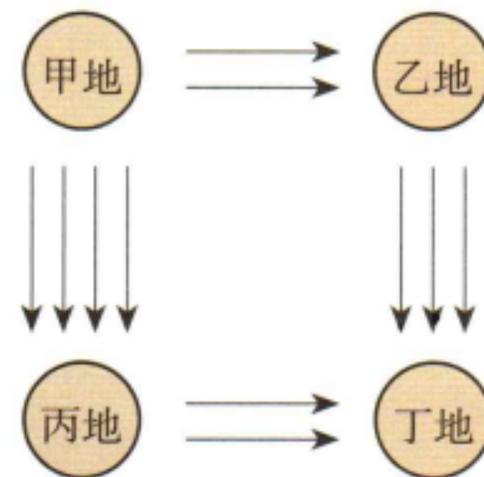


(2)从这 n 个分点中任取2个点形成一个**向量**，可得到多少个向量？

析：共得 $n(n-1)$ 个向量

2.如图，从甲地到乙地有2条路，从乙地到丁地有3条路；从甲地到丙地有4条路，从丙地到丁地有2条路.从**甲地到丁地**共有多少条不同的路线？

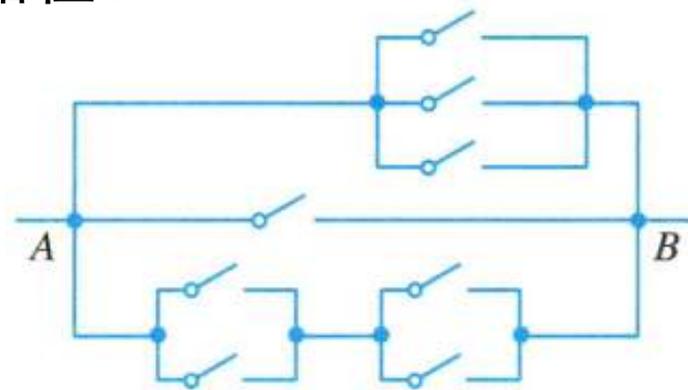
析：共 $2 \times 3 + 4 \times 2 = 14$ (条)



巩固：课本P11-12练习

3.如图，要让电路从A处到B处接通，可有多少条不同的路径？

析：共得 $1 + 2 \times 2 + 3 = 8$ 条路径



4.用1, 5, 9, 13中的任意一个数作分子, 4, 8, 12, 16中任意一个数作分母, 可构成多少个不同的分数? 可构成多少个不同的真分数?

析：先定分子，再定分母，可构成 $4 \times 4 = 15$ 个不同的分数；

按分子分类，可构成 $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ 个不同的真分数；



巩固：课本P11-12练习

6.(1)在平面直角坐标系内，横坐标与纵坐标均在 $A=\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 内取值的不同点共有多少个？

析：先选横坐标，再选纵坐标，共 $6 \times 6 = 36$ 个不同的点。

(2)在平面直角坐标系内，斜率在集合 $B=\{1, 3, 5, 7\}$ 内取值， y 轴上的截距在集合 $C=\{2, 4, 6, 8\}$ 内取值的不同直线共有多少条？

析：先定斜率，再定纵截距，共 $4 \times 4 = 16$ 条直线；

7.一种号码锁有4个拨号盘，每个拨号盘上有0~9共10个数字.现最后一个拨号盘出现了故障，只能在0~5这6个数字中拨号，这4个拨号盘可组成多少个四位数字号码？

析： $10 \times 10 \times 10 \times 6 = 6000$ 个四位数字号码



巩固：课本P11-12练习

8.(1)4名同学分别报名参加学校的足球队、篮球队、乒乓球队，每人限报其中的一个运动队，不同报法的种数是 3^4 还是 4^3 ？

析：人选运动队，每人有3种选择，共 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$



[变式]4名同学分别报名参加学校的足球队、篮球队、乒乓球队，每个运动队只选一名学生参加，不同的结果有____种.

析：运动队选人，每队有4种选择，共 $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$

(2)3个班分别从5个景点中选择一处游览，不同选法的种数是 3^5 还是 5^3 ？

析：各班选景点，每班有5种选择，共 $5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$

[变式]火车上有10名乘客，沿途有5个车站，乘客下车的可能方式有 5^{10} 种.

析：乘客选车站，每人有5种选择

巩固：课本P11-12练习

[引例]从5件不同的礼物中选出2件，分别送给甲、乙两人，每人一件礼物，则不同的送法种数为_____.

析：先选礼物给甲，再选礼物给乙，共 $5 \times 4 = 20$ 种选法

9.(1)从5件不同的礼物中选出4件送给4位同学，每人一件，有多少种不同的送法？

析：依次选礼物给4位同学，共 $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ 种选法

(2)有5个编了号的抽屉，要放进3本不同的书，不同的放法有多少种？
(一个抽屉可放多本书) **析：①3本书放1个抽屉，共5种放法；**

②3本书放2个抽屉，共 $3 \times (5 \times 4) = 60$ 种放法；

③3本书放3个抽屉，共 $5 \times 4 \times 3 = 60$ 种放法；

共 $5 + 60 + 60 = 125$ 种放法.



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/927021011152006164>