关于2010春学期《力学演示》的通知

1、本学期《力学演示》开放时间从第8教学周开始，每周六上午8:30--11:30，地点:1403室；

2、通过网上预约，选择上课时间段。预约方法：

登录网络教学平台：http://jxzy.ustc.edu.cn/login.aspx 的学生专栏，学生登录方法同一级物理实验，即用户名：学号；密码：一级实验密码(初始密码为123)，登录后，点击界面左下方“ 预约教学演示->预约演示”， 选择上课时间段所对应的“ 选课”， 按纽完成预约；

3、每人限选一次，预约成功后在“ 预约记录” 中查看或退选，退选成功后可重新预约；

4、有效选课确认时间：每开放周星期四下午6:00；一旦记录被“ 确认” 后，则系统禁止退选；

5、确认选课的同学凭有效证件进入实验室。

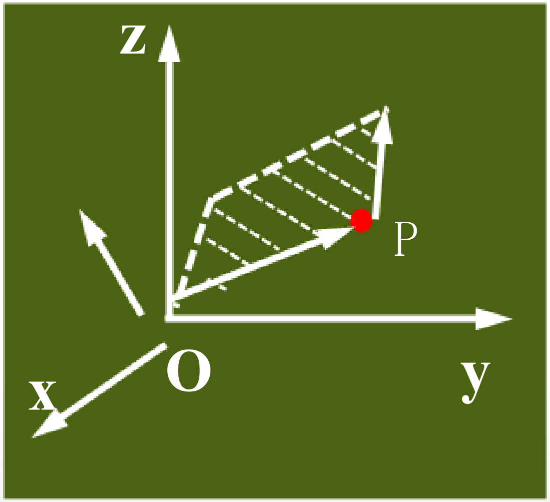
第五章　角动量

§ 5.1 力矩

一、力矩的定义

1、力$\boldsymbol{F}$对参考点$\boldsymbol{O}$的力矩　　（与参考点的选取有关）

$$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}$$



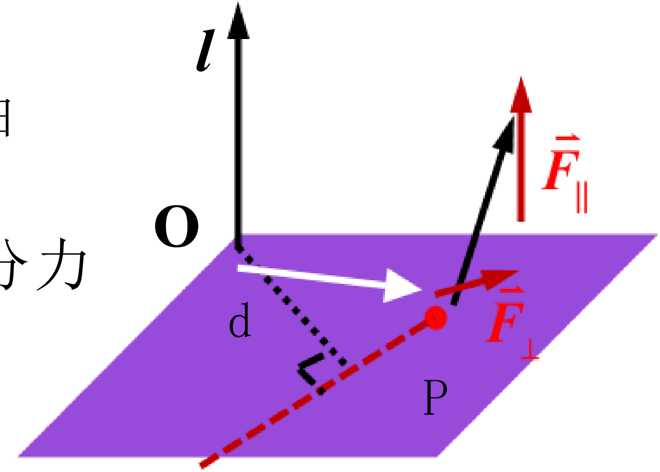
力矩的分量计算：

$$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ x & y & z\\ F_x & F_y & F_z\end{vmatrix}$$

$$=(yF_z-zF_y)\vec{i}+(zF_x-xF_z)\vec{j}+(xF_y-yF_x)\vec{k}$$

$$\equiv M_x\vec{i}+M_y\vec{j}+M_z\vec{k}$$

2、力对轴的力矩



过力的作用点作轴的垂面，交轴于0点。

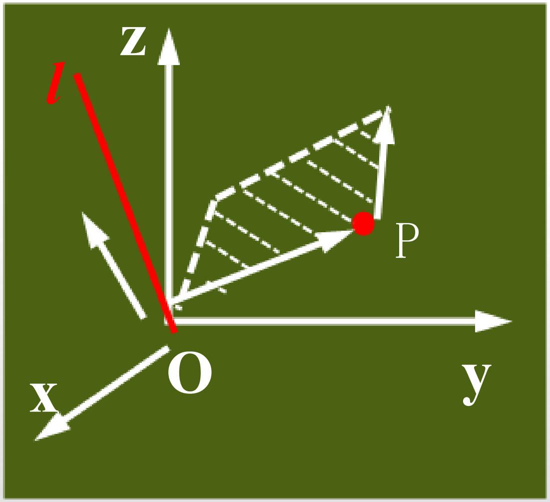
力$\boldsymbol{F}$分解为相对于轴 $\boldsymbol{l}$ 的平行分力$\boldsymbol{F}_{\parallel}$和垂直分力$\boldsymbol{F}_{\perp}$。

过0点作$\boldsymbol{F}_{\perp}$的垂线d。

力F对轴 $\boldsymbol{l}$ 的力矩：$M_l = dF_{\perp}$

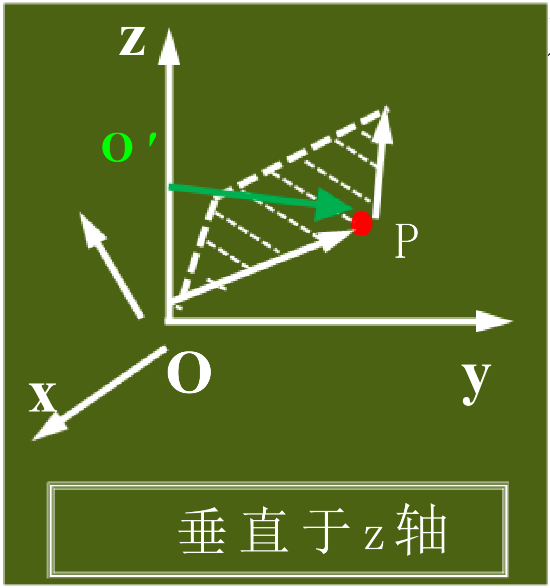
定义：$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_{\perp}$ （$\boldsymbol{r}$垂直于$\boldsymbol{l}$）

3、对点力矩与对轴力之间的关系



对点的力矩沿某直线的分量就是力对该直线的力矩。

$$\vec{M}_l = (\vec{M}_O \bullet \vec{e}_l)\vec{e}_l$$



对0点的力矩：

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$= (yF_z - zF_y)\vec{i} + (zF_x - xF_z)\vec{j}$$

$$+ (xF_y - yF_x)\vec{k}$$

对z轴的力矩：

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$$

$$\vec{F}_{\perp} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} \qquad \vec{r}\,' = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\vec{M}_z = \vec{r}\,' \times \vec{F}_{\perp} = (xF_y - yF_x)\vec{k} = M_z\,\vec{k}$$

二、作用于质点的总力矩

$$\sum \vec{M}_i = \sum \vec{r} \times \vec{F}_i = \vec{r} \times \sum \vec{F}_i$$

即，作用于质点的力矩的矢量和等于作用于质点的合力的力矩。

三、作用于质点系的总力矩

1）外力的力矩：$\vec{M}_{外} = \sum \vec{M}_{i外} = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_{i外}$

重力的力矩：

$$\vec{M}_P = \sum \vec{r}_i \times m_i \vec{g} = (\sum \vec{r}_i m_i) \times \vec{g} = m_c \vec{r}_c \times \vec{g} = \vec{r}_c \times m_c \vec{g}$$

一般而言，惯性力有 惯 惯

2）内力的力矩：

内

内 内

$$= \sum_{i<j} \vec{r}_i \times \vec{f}_{ij} + \sum_{i>j} \vec{r}_i \times \vec{f}_{ij} = \sum_{i<j} \vec{r}_i \times \vec{f}_{ij} - \sum_{i>j} \vec{r}_i \times \vec{f}_{ji}$$

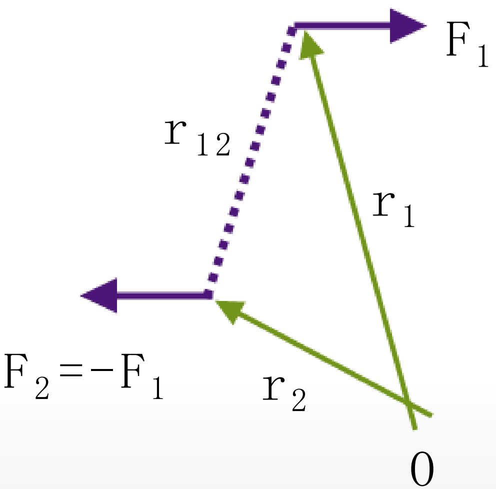
$$= \sum_{i<j} \vec{r}_i \times \vec{f}_{ij} - \sum_{i<j} \vec{r}_j \times \vec{f}_{ij} = \sum_{i<j} (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \times \vec{f}_{ij}$$

$$= \sum_{i<j} \vec{r}_{ij} \times \vec{f}_{ij} \quad = \mathbf{0}$$

质点系总内力矩为零

四、力偶

力偶是大小相等、方向相反，作用同一物体不在一条直线上的一对力。



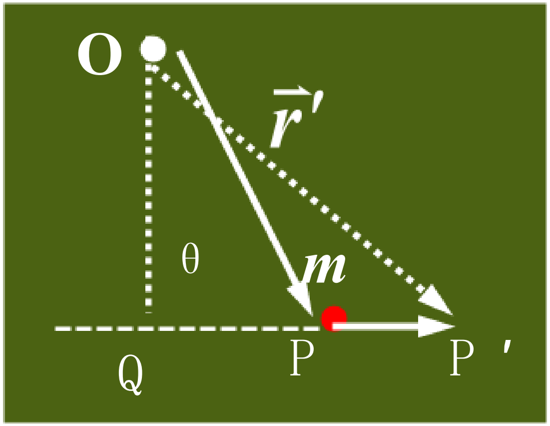
力偶矩：

$$
\begin{aligned}
M_{偶} &= \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 \\
&= \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 - \vec{r}_2 \times \vec{F}_1 \\
&= (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F}_1 \\
&= \vec{r}_{12} \times \vec{F}_1
\end{aligned}
$$

力偶矩的大小只决定于力偶的相对位置及力的大小，与参考点的选择无关。

§5.2 质点角动量（动量矩）定理

一、定义



质点m对原点O的角动量：

$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

说明：(1)角动量和参考点O的选取有关，参考点必须是参考系中的固定点。

(2)单个质点的角动量和其掠面速度成正比，比例系数为其质量的两倍。

掠面面积：矢径 r 单位时间内扫过的面积。

$$\vec{S}_{\triangle OPQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OQ} \times \overrightarrow{QP}$$

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OQ} \times \frac{d\overrightarrow{QP}}{dt} = \frac{1}{2}\vec{r} \times \vec{v}$$

$$\vec{l} = 2m(d\vec{s}/dt)$$

二、角动量定理：

角动量 $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt} = \underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p}}_{0} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}$$

$d\vec{l}/dt = \vec{M}$ （微分形式的角动量定理）

质点对任意一点的角动量的时间变化率等于外力对该点的力矩。

$$\int_{t_0}^{t} \vec{M}dt = \vec{l} - \vec{l}_0$$ （积分形式的角动量定理）

质点角动量的增量等于外力的冲量矩。

讨论：

1）动量定理推导的基础是牛顿定律，所以动量定理适用于惯性系，非惯性系中要计入惯性力的力矩。

2）质点角动量定理中，描写质点角动量的参考点不一定是坐标原点，但必须是参考系中的固定点。

如果参考点是动点， r 是从该动点指向质点的矢量

$$\frac{d\vec{l}}{dt}=\frac{d(\vec{r}\times\vec{p})}{dt}=\frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p}+\vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt}\neq\vec{v},\quad \frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p}\neq 0 \qquad \frac{d\vec{l}}{dt}\neq\vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt}=\vec{r}\times\vec{F}=\vec{M}$$

3）不论动量定理的微分形式还是积分形式，都是矢量方程，对应有三个分量方程。

三、角动量守恒

角动量定理：
$$\begin{cases} d\vec{l}/dt = \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \\ \int_{t_0}^{t} \vec{M}dt = \vec{l} - \vec{l}_0 \end{cases}$$

如果　　　　　　　　，　则有 $\vec{l} = \vec{l}_0 =$ 常矢量

讨论：(1)孤立体系，$F=0$，角动量守恒。

(2) F是有心力时，角动量守恒。

$$\vec{F} = f(r)\vec{e}_r \Rightarrow \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = r\vec{e}_r \times f(r)\vec{e}_r = 0$$

3）若力矩的某个分量为0，则角动量在该方向上的分量守恒。

一般而言，可以选择参考点，使得某一方向的合力矩为零，从而使该方向的角动量守恒。