宜宾市初中学业水平考试暨高中阶段学校招生考试

数学

（考试时间：120 分钟，全卷满分：150 分）

注意事项：

1 答题时，务必将自己的姓名座位号，准考证号填写在答题卡指定的位置并将答题卡背面座位号对应标号涂黑

2 答选择题时，务必使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号

3 答非选择题时，务必使用 05 毫米黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上

4 所有题目必须在答题卡规定的位置上作答，在试卷上答题无效

一选择题：本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项填涂在答题卡对应题目上

1 2 的相反数是（　）

A 2　　B -2　　C $\frac{1}{2}$　　D $-\frac{1}{2}$

【答案】B

【解析】

【详解】2 的相反数是-2

故选：B

2 下列计算正确的是（　　）

A $4a-2a=2$　　B $2ab+3ba=5ab$

C $a+a^2=a^3$　　D $5x^2y-3xy^2=2xy$

【答案】B

【解析】

【分析】根据整式的加减计算即可

【详解】A $4a-2a=2a$，不符合题意；

B $2ab+3ba=2ab+3ab=5ab$，符合题意；

C a,a^2 不是同类项，无法计算，不符合题意；

D $5x^2y,-3xy^2$，不是同类项，无法计算，不符合题意；

故选：B

【点睛】本题考查了整式的加减，熟练掌握同类项的判定与合并是解题的关键

3 下列图案中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A  B  C  D 

【答案】D

【解析】

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的定义：如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形；中心对称图形的定义：把一个图形绕着某一个点旋转$180°$，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点就是它的对称中心，进行逐一判断即可

【详解】解：A 是轴对称图形但不是中心对称图形，故 A 选项不符合题意；

B 是中心对称图形但不是轴对称图形，故 B 选项不合题意；

C 既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故 C 选项不合题意；

D 既是轴对称图形，又是中心对称图形，故 D 选项符合题意

故选 D

【点睛】本题主要考查了轴对称图形和中心对称图形，解题的关键在于能够熟练掌握轴对称图形和中心对称图形的定义

4 为积极践行节能减排的发展理念，宜宾大力推进“电动宜宾”工程，城区已建成充电基础设施接口超过 8500 个将 8500 用科学记数法表示为（　　）

A 0.85×10^4　　B 85×10^2　　C 8.5×10^3　　D 8.5×10^4

【答案】C

【解析】

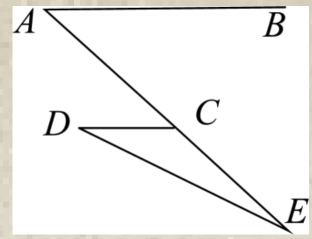
【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为$a\times10^n$，其中$1\le|a|<10$，n为整数，比位数少 1 位，按要求表示即可

【详解】解：根据科学记数法要求，8500 共有 4 位数，从而用科学记数法表示为8.5×10^3，

故选：C

【点睛】本题考查科学记数法，按照定义，确定a与n的值是解决问题的关键

5 如图， $AB // CD$，且 $\angle A=40°$， $\angle D=24°$，则 $\angle E$ 等于（　　）



A $40°$　　B $32°$　　C $24°$　　D $16°$

【答案】D

【解析】

【分析】可求 $\angle ACD=40°$，再由 $\angle ACD=\angle D+\angle E$，即可求解

【详解】解：Q $AB // CD$，

$\therefore \angle ACD=\angle A=40°$，

Q $\angle ACD=\angle D+\angle E$，

$\therefore 24°+\angle E=40°$，

$\therefore \angle E=16°$

故选：D

【点睛】本题考查了平行线的性质，三角形外角性质，掌握三角形外角的性质是解题的关键

6 “今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足，问鸡兔各几何”是《孙子算经》卷中著名数学问题意思是：鸡兔同笼，从上面数，有 35 个头；从下面数，有 94 条腿问鸡兔各有多少只？若设鸡有 x 只，兔有 y 只，则所列方程组正确的是（　　）

A $\begin{cases}x+y=35\\4x+2y=94\end{cases}$　　B $\begin{cases}x+y=35\\2x+4y=94\end{cases}$　　C $\begin{cases}x+y=94\\4x+2y=35\end{cases}$　　D $\begin{cases}x+y=94\\2x+4y=35\end{cases}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，由设鸡有 x 只，兔有 y 只，则由等量关系有 35 个头和有 94 条腿列出方程组即可得到答案

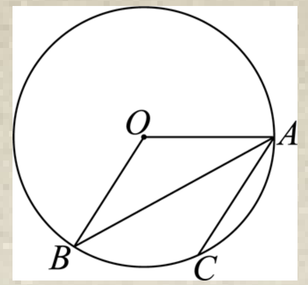
【详解】解：设鸡有 x 只，兔有 y 只，则由题意可得

$\begin{cases}x+y=35\\2x+4y=94\end{cases}$,

故选：B

【点睛】本题考查列二元一次方程组解决古代数学问题，读懂题意，找准等量关系列方程组是解决问题的关键

7 如图，已知点 A、B、C 在 $\odot O$ 上，C 为 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点若 $\angle BAC=35°$，则 $\angle AOB$ 等于（　　）



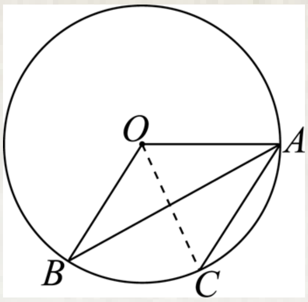
A 140°　　　　B 120°　　　　C 110°　　　　D 70°

【答案】A

【解析】

【分析】连接 OC，如图所示，根据圆周角定理，找到各个角之间的关系即可得到答案

【详解】解：连接 OC，如图所示：



∵点 A、B、C 在 $\odot O$ 上，C 为 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，

$\therefore \overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{AC}$，

$\therefore \angle BOC=\angle AOC=\dfrac{1}{2}\angle AOB$，

∵ $\angle BAC=35°$，

根据圆周角定理可知 $\angle BOC=2\angle BAC=70°$，

$\therefore \angle AOB=2\angle BOC=140°$，

故选：A

【点睛】本题考查圆中求角度问题，涉及圆周角定理，找准各个角之间的和差倍分关系是解决问题的关键

8 分式方程 $\dfrac{x-2}{x-3}=\dfrac{2}{x-3}$ 的解为（　　）

A 2　　　　B 3　　　　C 4　　　　D 5

【答案】C

【解析】

【分析】根据分式方程的解法直接求解即可得到答案

【详解】解：$\frac{x-2}{x-3}=\frac{2}{x-3}$，

方程两边同时乘以$\left(x-3\right)$得到$x-2=2$，

$\therefore x=4$，

检验：当$x=4$时，$x-3=4-3=1\neq 0$，

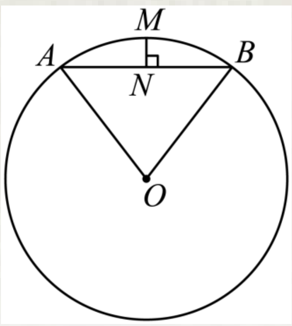
$\therefore x=4$是原分式方程的解，

故选：C

【点睛】本题考查分式方程的解法，对于分式方程求解验根是解决问题的关键步骤

9 《梦溪笔谈》是我国古代科技著作，其中它记录了计算圆弧长度的“会圆术”如图，$\overset{\frown}{AB}$是以点O为圆心OA为半径的圆弧，N是AB的中点，$MN\perp AB$“会圆术”给出$\overset{\frown}{AB}$的弧长l的近似值计算公式：

$l=AB+\frac{MN^2}{OA}$当$OA=4$，$\angle AOB=60^\circ$时，则l的值为（　　）



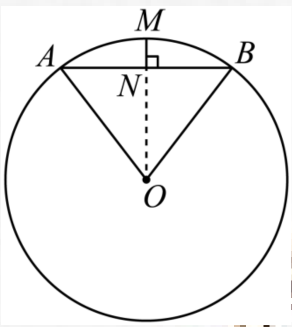
A $11-2\sqrt{3}$　　B $11-4\sqrt{3}$　　C $8-2\sqrt{3}$　　D $8-4\sqrt{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】连接ON,根据等边三角形的性质，垂径定理，勾股定理，特殊角的三角函数，后代入公式计算即可

【详解】连接ON，根据题意，$\overset{\frown}{AB}$是以点O为圆心OA为半径的圆弧，N是AB的中点，$MN\perp AB$，



得$ON\perp AB$，

∴点 M，N，O 三点共线，

∵ $OA=4$， $\angle AOB=60^\circ$，

∴ $\triangle OAB$ 是等边三角形，

∴ $OA=AB=4, \angle OAN=60^\circ$，$ON=OA\sin 60^\circ=2\sqrt{3}$，

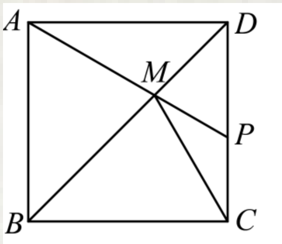
∴ $OA=AB=4, \angle OAN=60^\circ$，$ON=OA\sin 60^\circ=2\sqrt{3}$

∴ $l=AB+\dfrac{MN^2}{OA}=4+\dfrac{\left(4-2\sqrt{3}\right)^2}{4}=11-4\sqrt{3}$

故选 B

【点睛】本题考查了等边三角形的性质，垂径定理，勾股定理，特殊角的函数值，熟练掌握相关知识是解题的关键

10 如图，边长为 6 的正方形 $ABCD$ 中，M 为对角线 BD 上的一点，连接 AM 并延长交 CD 于点 P 若 $PM=PC$，则 AM 的长为（　　）



A $3\left(\sqrt{3}-1\right)$　　B $3\left(3\sqrt{3}-2\right)$　　C $6\left(\sqrt{3}-1\right)$　　D $6\left(3\sqrt{3}-2\right)$

【答案】C

【解析】

【分析】先根据正方形的性质三角形全等的判定证出 $\triangle ADM\cong\triangle CDM$，根据全等三角形的性质可得 $\angle DAM=\angle DCM$，再根据等腰三角形的性质可得 $\angle CMP=\angle DCM$，从而可得 $\angle DAM=30^\circ$，然后利用勾股定理含 30 度角的直角三角形的性质求解即可得

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是边长为 6 的正方形，

$\therefore AD=CD=6, \angle ADC=90^\circ, \angle ADM=\angle CDM=45^\circ$，

在 $\triangle ADM$ 和 $\triangle CDM$ 中，$\begin{cases} DM=DM \\ \angle ADM=\angle CDM=45^\circ \\ AD=CD \end{cases}$，

$\therefore \triangle ADM\cong\triangle CDM\left(SAS\right)$，

$\therefore \angle DAM=\angle DCM$，

$\because PM=PC$，

$\therefore \angle CMP=\angle DCM$，

$\therefore \angle APD=\angle CMP+\angle DCM=2\angle DCM=2\angle DAM$，

又$\because \angle APD+\angle DAM=180^\circ-\angle ADC=90^\circ$，

$\therefore \angle DAM=30^\circ$，

设 $PD=x$，则 $AP=2PD=2x$，$PM=PC=CD-PD=6-x$，

$\therefore AD=\sqrt{AP^2-PD^2}=\sqrt{3}x=6$，

解得 $x=2\sqrt{3}$，

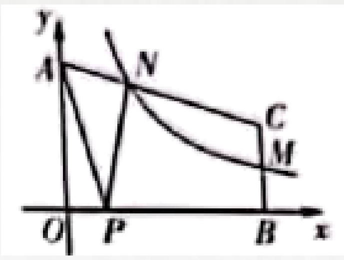
$\therefore PM=6-x=6-2\sqrt{3}$，$AP=2x=4\sqrt{3}$，

$\therefore AM=AP-PM=4\sqrt{3}-\left(6-2\sqrt{3}\right)=6\left(\sqrt{3}-1\right)$，

故选：C

【点睛】本题考查了正方形的性质勾股定理含 30 度角的直角三角形的性质等腰三角形的性质等知识点，熟练掌握正方形的性质是解题关键

11 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 AB 分别在 y，x 轴上，$BC\perp x$ 轴点 MN 分别在线段 BC AC 上，$BM=CM$，$NC=2AN$，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象经过 MN 两点，P 为 x 正半轴上一点，且 $OP:BP=1:4$，$\triangle APN$ 的面积为 3，则 k 的值为（　　）



A $\frac{45}{4}$　　B $\frac{45}{8}$　　C $\frac{144}{25}$　　D $\frac{72}{25}$

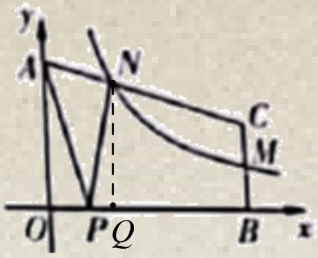
【答案】B

【解析】

【分析】过点 N 作 $NQ\perp x$ 轴于点 Q，设点 A 的坐标为 $A(0,a)(a>0)$，点 M 的坐标为 $M(5b,c)(b>0,c>0)$，点 N 的坐标为 $N(m,n)(m>0,n>0)$，则 $C(5b,2c)$，$OA=a$，$OB=5b$，先求出点 N 的坐标为 $N\left(\frac{5b}{3},\frac{2a+2c}{3}\right)$，再根据 $S_{\triangle APN}=S_{梯形OANQ}-S_{\triangle AOP}-S_{\triangle NPQ}=3$ 可得 $2ab+bc=9$

，然后将点M,N的坐标代入反比例函数的解析式可得$2a=7c$，从而可得bc的值，由此即可得

【详解】解：如图，过点N作$NQ\perp x$轴于点Q，



设点 A 的坐标为$A(0,a)(a>0)$，点M的坐标为$M(5b,c)(b>0,c>0)$，点N的坐标为

$N(m,n)(m>0,n>0)$，则$C(5b,2c)$，$OA=a$，$OB=5b$，

Q $OP:BP=1:4$，

$\therefore OP=b,BP=4b$，

Q $NC=2AN$，

$\therefore\begin{cases}5b-m=2(m-0)\\ n-2c=\dfrac{2}{3}(a-2c)\end{cases}$，解得$\begin{cases}m=\dfrac{5b}{3}\\ n=\dfrac{2a+2c}{3}\end{cases}$，

$\therefore N\left(\dfrac{5b}{3},\dfrac{2a+2c}{3}\right)$，

$\therefore OQ=\dfrac{5b}{3},NQ=\dfrac{2a+2c}{3}$，

$\therefore PQ=OQ-OP=\dfrac{2b}{3}$，

QVAPN的面积为 3，

$\therefore S_{梯形OANQ}-S_{VAOP}-S_{VNPQ}=3$，即$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{5}{3}b\left(\dfrac{2a+2c}{3}+a\right)-\dfrac{1}{2}ab-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2b}{3}\cdot\dfrac{2a+2c}{3}=3$，

整理得：$2ab+bc=9$，

将点$M(5b,c),N\left(\dfrac{5b}{3},\dfrac{2a+2c}{3}\right)$代入$y=\dfrac{k}{x}$得：$k=5bc=\dfrac{5b}{3}\cdot\dfrac{2a+2c}{3}$，

整理得：$2a=7c$，

将$2a=7c$代入$2ab+bc=9$得：$7bc+bc=9$，解得$bc=\dfrac{9}{8}$，

则 $k=5bc=\frac{45}{8}$，

故选：B

【点睛】本题主要考查了反比例函数的几何应用，熟练掌握反比例函数的性质，正确求出点 N 的坐标是解题关键

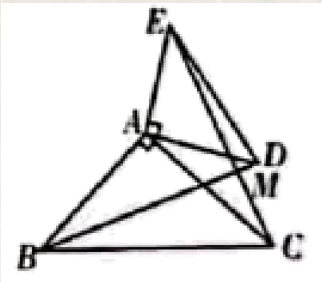
12 如图，$\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是以点 A 为直角顶点的等腰直角三角形，把 $\triangle ADE$ 以 A 为中心顺时针旋转，点 M 为射线 BD CE 的交点若 $AB=\sqrt{3}$，$AD=1$ 以下结论：

① $BD=CE$；② $BD\perp CE$；

③当点 E 在 BA 的延长线上时，$MC=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$；

④在旋转过程中，当线段 MB 最短时，$\triangle MBC$ 的面积为 $\frac{1}{2}$

其中正确结论有（　　）



A 1 个　　　　B 2 个　　　　C 3 个　　　　D 4 个

【答案】D

【解析】

【分析】证明 $\triangle BAD\cong\triangle CAE$ 即可判断①，根据三角形的外角的性质得出②，证明 $\angle DCM\backsim\angle ECA$ 得出 $\frac{MC}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$，即可判断③；以 A 为圆心，$AD$ 为半径画圆，当 CE 在 $\odot A$ 的下方与 $\odot A$ 相切时，MB 的值最小，可得四边形 $AEMD$ 是正方形，在 $\mathrm{Rt}\triangle MBC$ 中 $MC=\sqrt{BC^2-MB^2}=\sqrt{2}+1$，然后根据三角形的面积公式即可判断④

【详解】解：∵$\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是以点 A 为直角顶点的等腰直角三角形，

$\therefore BA=CA, DA=EA, \angle BAC=\angle DAE=90^\circ$，

$\therefore \angle BAD=\angle CAE$，

$\therefore \triangle BAD\cong\triangle CAE$，

$\therefore \angle ABD=\angle ACE$，$BD=CE$，故①正确；

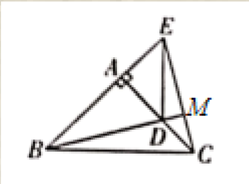
设 $\angle ABD=\angle ACE=\alpha$，

$\therefore \angle DBC=45^\circ-\alpha$，

$\therefore \angle EMB=\angle DBC+\angle BCM=\angle DBC+\angle BCA+\angle ACE=45^\circ-\alpha+45^\circ+\alpha=90^\circ$，

$\therefore BD\perp CE$，故②正确；

当点 E 在 BA 的延长线上时，如图所示



$\because \angle DCM=\angle ECA$，$\angle DMC=\angle EAC=90^\circ$，

$\therefore \angle DCM\backsim\angle ECA$

$\therefore \frac{MC}{AC}=\frac{CD}{EC}$

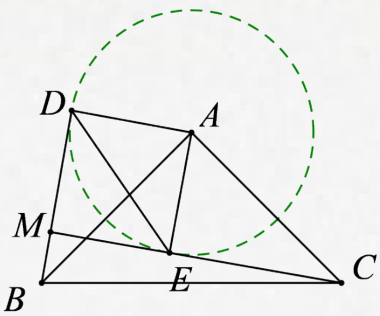
$\because AB=\sqrt{3}$，$AD=1$

$\therefore CD=AC-AD=\sqrt{3}-1$，$CE=\sqrt{AE^2+AC^2}=2$

$\therefore \frac{MC}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

$\therefore MC=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$，故③正确；

④如图所示，以 A 为圆心，AD 为半径画圆，



$\because \angle BMC=90^\circ$，

$\therefore$当 CE 在e A 的下方与e A 相切时，MB 的值最小，$\angle ADM=\angle DAE=\angle AEM=90^\circ$

$\therefore$四边形 $AEMD$ 是矩形，

又 $AE=AD$，

∴四边形 $AEMD$ 是正方形，

∴ $MD = AE = 1$，

∵ $BD = EC = \sqrt{AC^2 - AE^2} = \sqrt{2}$，

∴ $MB = BD - MD = \sqrt{2} - 1$，

在 $\mathrm{Rt}VMBC$ 中， $MC = \sqrt{BC^2 - MB^2}$

∴ PB 取得最小值时， $MC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - MB^2} = \sqrt{3+3-\left(\sqrt{2}-1\right)^2} = \sqrt{2}+1$

∴ $S_{VBMC} = \frac{1}{2}MB \times MC = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right) = \frac{1}{2}$

故④正确，

故选：D

【点睛】本题考查了旋转的性质，相似三角形的性质，勾股定理，切线的性质，垂线段最短，全等三角形的性质与判定，正方形的性质，熟练掌握以上知识是解题的关键

二填空题：本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分，请把答案直接填在答题卡对应题中横线上

13 在“庆五四·展风采”的演讲比赛中，7 位同学参加决赛，演讲成绩依次为：77，80，79，77，80，79，80 这组数据的中位数是

【答案】79

【解析】

【分析】根据有序数组中间的一个数据或中间两个数据的平均数是中位数计算即可

【详解】将这组数据从小到大排列为：77，77，79，79，80，80，80，

中间数据是 79，

故中位数是 79

故答案为：79

【点睛】本题考查了中位数的定义，熟练掌握定义是解题的关键

14 分解因式：$x^3 - 6x^2+9x$=

【答案】x（x - 3）^{2}

【解析】

【详解】解：$x^3 - 6x^2+9x$

=x（x^2 - 6x+9）

=x（x - 3）^{2}

故答案为：$x（x-3）^2$

15 若关于 x 的方程 $x^2-2(m+1)x+m+4=0$ 两根的倒数和为 1，则 m 的值为

【答案】2

【解析】

【分析】根据根与系数的关系即可求出答案

【详解】解：设方程的两个根分别为 a，b，

由题意得：$a+b=2(m+1)$，$ab=m+4$，

$\therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{2(m+1)}{m+4}$，

$\therefore \frac{2(m+1)}{m+4}=1$，解得：$m=2$，

经检验：$m=2$ 是分式方程的解，

检验：$\Delta=\left[-2(m+1)\right]^2-4(m+4)=4\times(2+1)^2-4\times(2+4)=12>0$，

$\therefore m=2$ 符合题意，

$\therefore m=2$

故答案为：2

【点睛】本题考查了一元二次方程根与系数的关系，掌握一元二次方程根与系数的关系是解题的关键

16 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases}2x+1>x+a① \\ \frac{x}{2}+1\geq\frac{5}{2}x-9②\end{cases}$ 所有整数解的和为14，则整数 a 的值为

【答案】2 或 -1

【解析】

【分析】根据题意可求不等式组的解集为 $a-1<x\leq5$，再分情况判断出 a 的取值范围，即可求解

【详解】解：由①得：$x>a-1$，

由②得：$x\leq5$，

$\therefore$ 不等式组的解集为：$a-1<x\leq5$，

Q 所有整数解的和为14，

①整数解为：2 3 4 5，

$\therefore 1\leq a-1<2$，

解得：$2\leq a<3$，

Q a 为整数，

$\therefore a=2$

②整数解为：-1，0，1，2 3 4 5，

$\therefore -2 \le a-1 < -1$，

解得：$-1 \le a < 0$，

Q a 为整数，

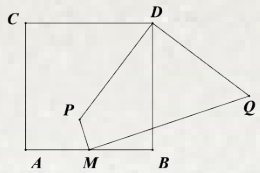
$\therefore a=-1$

综上，整数 a 的值为 2 或 -1

故答案为：2 或 -1

【点睛】本题考查了含参数的一元一次不等式组的整数解问题，掌握一元一次不等式组的解法，理解参数的意义是解题的关键

17 如图，M 是正方形 $ABCD$ 边 CD 的中点，P 是正方形内一点，连接 BP，线段 BP 以 B 为中心逆时针旋转 $90°$ 得到线段 BQ，连接 MQ 若 $AB=4$，$MP=1$，则 MQ 的最小值为

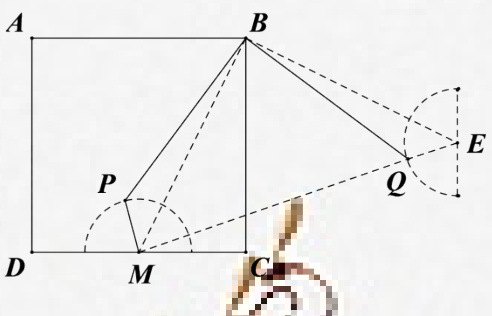


【答案】$2\sqrt{10}-1$

【解析】

【分析】连接 BM，将 BM 以 B 中心，逆时针旋转 $90°$，M 点的对应点为 E，由 P 的运动轨迹是以 M 为圆心，1 为半径的半圆，可得：Q 的运动轨迹是以 E 为圆心，1 为半径的半圆，再根据“圆外一定点到圆上任一点的距离，在圆心定点动点，三点共线时定点与动点之间的距离最短”，所以当 M Q E 三点共线时，MQ 的值最小，可求 $ME=\sqrt{2}BM=2\sqrt{10}$，从而可求解

【详解】解，如图，连接 BM，将 BM 以 B 中心，逆时针旋转 $90°$，M 点的对应点为 E，



Q P 的运动轨迹是以 M 为圆心，1 为半径的半圆，

$\therefore Q$ 的运动轨迹是以 E 为圆心，1 为半径的半圆，

如图，当 M Q E 三点共线时，MQ 的值最小，

Q 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore CD = AB = BC = 4$，$\angle C = 90^\circ$，

Q M 是 CM 的中点，

$\therefore CM = 2$，

$\therefore BM = \sqrt{CM^2 + BC^2}$

$= \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$，

由旋转得：$BM = BE$，

$\therefore ME = \sqrt{2}BM = 2\sqrt{10}$，

$\therefore MQ = ME - EQ$

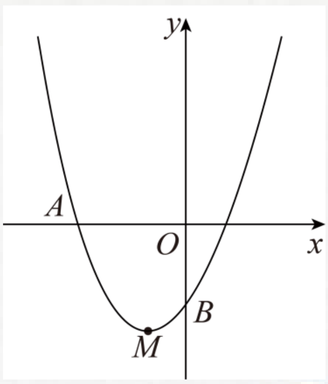
$= 2\sqrt{10} - 1$，

$\therefore MQ$ 的值最小为 $2\sqrt{10} - 1$

故答案：$2\sqrt{10} - 1$

【点睛】本题考查了正方形的性质，旋转的性质，勾股定理，动点产生的线段最小值问题，掌握相关的性质，根据题意找出动点的运动轨迹是解题的关键

18 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $A\left(-3,0\right)$，顶点为 $M\left(-1,m\right)$，且抛物线与 y 轴的交点 B 在 $\left(0,-2\right)$ 和 $\left(0,-3\right)$ 之间（不含端点），则下列结论：



①当 $-3 \le x \le 1$ 时，$y \le 1$；

②当$\triangle ABM$的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$时，$a=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

③当$\triangle ABM$为直角三角形时，在$\triangle AOB$内存在唯一一点P，使得$PA+PO+PB$的值最小，最小值的平方为$18+9\sqrt{3}$

其中正确的结论是（填写所有正确结论的序号）

【答案】②③

【解析】

【分析】根据条件可求抛物线与x轴的另一交点坐标，结合图象即可判断①；设抛物线为$y=a(x-1)(x+3)$，即可求出点M的坐标，根据割补法求面积，判断②；分三种情况讨论，然后以点O为旋转中心，将$\triangle AOB$顺时针旋转$60°$至$\triangle AOA'$，连接AA'，PP'，$A'B$，得到$PA+PO+PB=P'A+PP'+PB\geq A'B$，判断③

【详解】解：∵抛物线$y=ax^2+bx+c$经过点$A(-3,0)$，顶点为$M(-1,m)$，

∴对称轴$x=-1$，

∴抛物线与x轴的另一交点坐标为$(1,0)$，

由图象可得：当$-3\leq x\leq 1$时，$y\leq 0$；

∴①错，不符合题意；

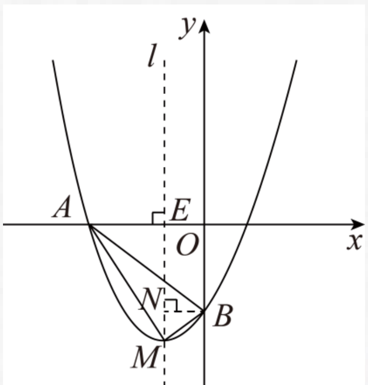
∵抛物线与x轴的另一交点坐标为$(1,0)$，

∴设抛物线为$y=a(x-1)(x+3)$，

当$x=-1$时，$y=-4a$，当$x=0$时，$y=-3a$，

∴$M(-1,-4a)$，$B(0,-3a)$，

如图所示，过点M作平行于y轴的直线l，过点A作$AE\perp l$，过点B作$BN\perp l$，



$\therefore S_{\vee ABM}=S_{\vee AMF}+S_{\vee BMF}=\frac{1}{2}\times MF\times AO=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

设直线 AB 的解析式为 $y=k^{'}x+b^{'}$，

把 $B\left(0,-3a\right)$，$A\left(-3,0\right)$ 代入得：$\begin{cases}-3k'+b'=0\\ b'=-3a\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k'=-a\\ b'=-3a\end{cases}$，

$\therefore$直线 AB 的解析式为 $y=-ax-3a$，

当 $x=-1$ 是，$y=-2a$，

$\therefore F\left(-1,-2a\right)$，

$\therefore MF=2a$，

$\therefore \frac{1}{2}\times 2a\times 3=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

解得：$a=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故②正确；

$\because$点 B 是抛物线与 y 轴的交点，

$\therefore$当 $x=0$ 时，$y=-3a$，

$\therefore B\left(0,-3a\right)$，

$\because \vee ABM$ 为直角三角形，

当 $\angle AMB=90^\circ$ 时，

$\therefore AM^2+BM^2=AB^2$，

$\because AM=\sqrt{\left(-2\right)^2+\left(-4a\right)^2}=\sqrt{4+16a^2}$，$BM=\sqrt{\left(-1\right)^2+\left(-a\right)^2}=\sqrt{1+a^2}$，

$AB=\sqrt{\left(-3\right)^2+\left(-3a\right)^2}=\sqrt{9+9a^2}$，

$\therefore 4+16a^2+1+a^2=9+9a^2$，整理得：$8a^2=4$，

解得：$a=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$（舍）

$\therefore B\left(0,-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$，