浙江省七彩阳光2023-2024学年高三下学期线上统一测试数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知点 P 不在直线 l、m 上，则“过点 P 可以作无数个平面，使得直线 l、m 都与这些平面平行”是“直线 l、m 互相平行”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

2．若复数 $\dfrac{2a+2i}{1+i}$（$a\in R$）是纯虚数，则复数 $2a+2i$ 在复平面内对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．波罗尼斯（古希腊数学家，的公元前262-190年）的著作《圆锥曲线论》是古代世界光辉的科学成果，它将圆锥曲线的性质网罗殆尽，几乎使后人没有插足的余地．他证明过这样一个命题：平面内与两定点距离的比为常数k（k＞0，且k≠1）的点的轨迹是圆，后人将这个圆称为阿波罗尼斯圆．现有椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0），A，B为椭圆的长轴端点，C，D为椭圆的短轴端点，动点M满足 $\dfrac{|MA|}{|MB|}=2$，△MAB面积的最大值为8，△MCD面积的最小值为1，则椭圆的离心率为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4．已知角 α 的终边经过点 $(3,-4)$,则 $\sin\alpha+\dfrac{1}{\cos\alpha}=$

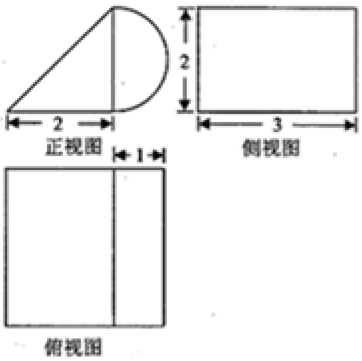
A．$-\dfrac{1}{5}$　　B．$\dfrac{37}{15}$

C．$\dfrac{37}{20}$　　D．$\dfrac{13}{15}$

5．对于任意 $x\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x)=-f(x)$，且当 $x\ldots 1$ 时，函数 $f(x)=\sqrt{x-1}$.若 $a=f\left(\dfrac{1}{2}\right),b=f\left(-\dfrac{1}{2}\right),c=f\left(-\dfrac{1}{3}\right)$，则 a,b,c 大小关系是（　　）

A．$b<c<a$　　B．$b<a<c$　　C．$c<a<b$　　D．$c<b<a$

6．某几何体的三视图如图所示(单位：cm)，则该几何体的体积等于（　　）cm³



A．$4+\frac{2\pi}{3}$　　B．$4+\frac{3\pi}{2}$　　C．$6+\frac{2\pi}{3}$　　D．$6+\frac{3\pi}{2}$

7．若x,y满足约束条件$\begin{cases}0\le 2x+y\le 6\\3\le x-y\le 6,\end{cases}$则$z=x+2y$的最大值为（　　）

A．10　　B．8　　C．5　　D．3

8．甲在微信群中发了一个6元"拼手气"红包,被乙、丙、丁三人抢完,若三人均领到整数元,且每人至少领到1元,则乙获得"最佳手气"(即乙领到的钱数多于其他任何人)的概率是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{3}{10}$　　C．$\frac{2}{5}$　　D．$\frac{3}{4}$

9．下列说法正确的是（　　）

A．命题"$\exists x_0\le 0$，$2x_0\le \sin x_0$"的否定形式是"$\forall x>0$，$2x>\sin x$"

B．若平面α，β，γ，满足$\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$则$\alpha//\beta$

C．随机变量ξ服从正态分布$N\left(1,\sigma^2\right)$（$\sigma>0$），若$P(0<\xi<1)=0.4$，则$P(\xi>0)=0.8$

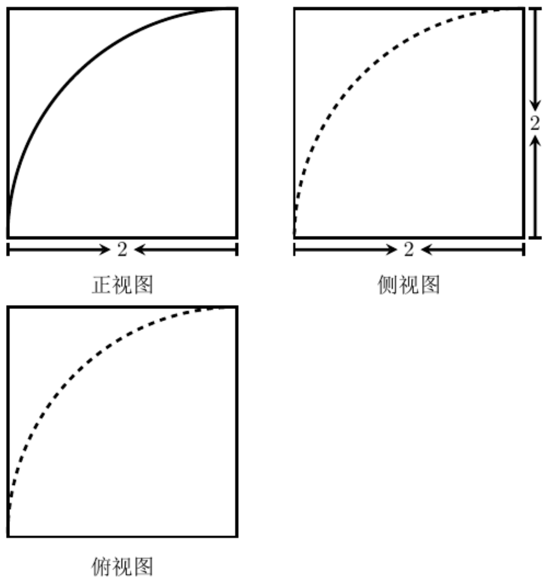
D．设x是实数，"$x<0$"是"$\frac{1}{x}<1$"的充分不必要条件

10．已知函数$f\left(x\right)=2\sin\left(\omega x+\varphi\right)-1$（$\omega>0$，$0<\varphi<\pi$）的一个零点是$\frac{\pi}{3}$，函数$y=f\left(x\right)$图象的一条对称轴是直线$x=-\frac{\pi}{6}$，则当$\omega$取得最小值时，函数$f\left(x\right)$的单调递增区间是（　　）

A．$\left[3k\pi-\frac{\pi}{3},3k\pi-\frac{\pi}{6}\right]$（$k\in\mathbf{Z}$）　　B．$\left[3k\pi-\frac{5\pi}{3},3k\pi-\frac{\pi}{6}\right]$（$k\in\mathbf{Z}$）

C．$\left[2k\pi-\frac{2\pi}{3},2k\pi-\frac{\pi}{6}\right]$（$k\in\mathbf{Z}$）　　D．$\left[2k\pi-\frac{\pi}{3},2k\pi-\frac{\pi}{6}\right]$（$k\in\mathbf{Z}$）

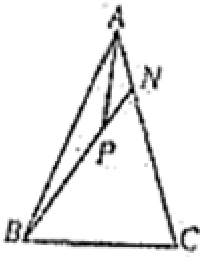
11．一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（　　）



A． $24+\pi$　　　　**B．** $24-\pi$

C． $24-2\pi$　　　　**D．** $24-3\pi$

12．如图，在ΔABC中，$\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$，$P$是$BN$上一点，若$\overrightarrow{AP}=t\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，则实数$t$的值为（　　）



A． $\frac{2}{3}$　　　　**B．** $\frac{2}{5}$　　　　**C．** $\frac{1}{6}$　　　　**D．** $\frac{3}{4}$

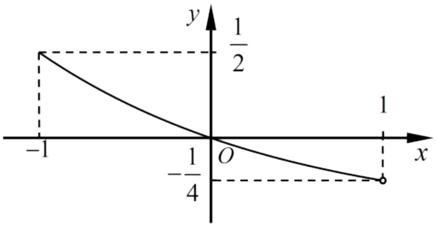
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．ΔABC内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$2c\cos B=2a+b$，则$\angle C=$__________.

14．将底面直径为 4，高为$\sqrt{3}$的圆锥形石块打磨成一个圆柱，则该圆柱的侧面积的最大值为__________.

15．设x，y满足条件$\begin{cases}x+2y\le 1\\ 2x+y\ge -1\\ x-y\le 0\end{cases}$，则$z=2x-3y$的最大值为__________.

16．函数$f(x)$的定义域为$[-1,1)$，其图象如图所示．函数$g(x)$是定义域为R的奇函数，满足$g(2-x)+g(x)=0$，且当$x\in(0,1)$时，$g(x)=f(x)$．给出下列三个结论：



①$g(0)=0$；

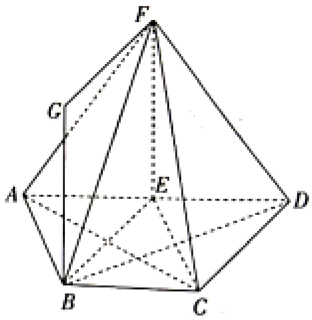
②函数$g(x)$在$(-1,5)$内有且仅有3个零点；

③不等式$f(-x)<0$的解集为$\{x|-1<x<0\}$.

其中，正确结论的序号是________.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12分）如图，底面$ABCD$是等腰梯形，$AD//BC, AD=2AB=2BC=4$，点E为AD的中点，以BE为边作正方形$BEFG$，且平面$BEFG\perp$平面$ABCD$.



（1）证明：平面$ACF\perp$平面$BEFG$.

（2）求二面角$A-BF-D$的正弦值.

18.（12分）以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C的极坐标方程是$\rho\cos^2\theta-4\sin\theta=0$，直线$l_1$和直线$l_2$的极坐标方程分别是$\theta=\alpha$（$\rho\in\mathbf{R}$）和$\theta=\alpha+\dfrac{\pi}{2}$（$\rho\in\mathbf{R}$），其中$\alpha\neq k\pi$（$k\in z$）.

（1）写出曲线C的直角坐标方程；

（2）设直线l_1和直线l_2分别与曲线C交于除极点O的另外点A，B，求ΔOAB的面积最小值.

19.（12分）在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\alpha\\y=2+2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数），$M$为$C_1$上的动点，$P$点满足$\overrightarrow{OP}=2\overrightarrow{OM}$，点$P$的轨迹为曲线$C_2$.

（Ⅰ）求C_2的方程；

（Ⅱ）在以O为极点，x轴的正半轴为极轴的极坐标系中，射线$\theta=\dfrac{\pi}{3}$与C_1的异于极点的交点为A，与C_2

的异于极点的交点为B，求$\left|AB\right|$.

20.（12 分）已知函数$f\left(x\right)=\dfrac{\sin x}{x}$， $g\left(x\right)=x\cdot\cos x-\sin x$.

（Ⅰ）判断函数$g\left(x\right)$在区间$\left(0,3\pi\right)$上零点的个数，并证明；

（Ⅱ）函数$f\left(x\right)$在区间$\left(0,3\pi\right)$上的极值点从小到大分别为x_1， x_2，证明：$f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)<0$

21.（12 分）已知等差数列$\left\{a_n\right\}$满足$a_1=1$，公差$d>0$，等比数列$\left\{b_n\right\}$满足$b_1=a_1$， $b_2=a_2$， $b_3=a_5$.

(1)求数列$\left\{a_n\right\}$，$\left\{b_n\right\}$的通项公式；

(2)若数列$\left\{c_n\right\}$满足$\dfrac{c_1}{b_1}+\dfrac{c_2}{b_2}+\dfrac{c_3}{b_3}+\cdots+\dfrac{c_n}{b_n}=a_{n+1}$，求$\left\{c_n\right\}$的前$n$项和$S_n$.

22.（10 分）为了解甲、乙两个快递公司的工作状况，假设同一个公司快递员的工作状况基本相同，现从甲、乙两公司各随机抽取一名快递员，并从两人某月(30 天)的快递件数记录结果中随机抽取 10 天的数据，整理如下：

甲公司员工A：410，390，330，360，320，400，330，340，370，350

乙公司员工B：360，420，370，360，420，340，440，370，360，420

每名快递员完成一件货物投递可获得的劳务费情况如下：甲公司规定每件 0.65 元，乙公司规定每天 350 件以内(含 350 件)的部分每件 0.6 元，超出 350 件的部分每件 0.9 元.

（1）根据题中数据写出甲公司员工A在这 10 天投递的快件个数的平均数和众数；

（2）为了解乙公司员工B每天所得劳务费的情况，从这 10 天中随机抽取 1 天，他所得的劳务费记为ξ (单位：元)，求ξ的分布列和数学期望；

（3）根据题中数据估算两公司被抽取员工在该月所得的劳务费.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

根据直线和平面平行的性质，结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】

$\because$ 点 P 不在直线 l 、 m 上，

$\therefore$ 若直线 l 、 m 互相平行，则过点 P 可以作无数个平面，使得直线 l 、 m 都与这些平面平行，即必要性成立，

若过点 P 可以作无数个平面，使得直线 l 、 m 都与这些平面平行，则直线 l 、 m 互相平行成立，反证法证明如下：

若直线 l 、 m 互相不平行，则 l ， m 异面或相交，则过点 P 只能作一个平面同时和两条直线平行，则与条件矛盾，即充分性成立

则"过点 P 可以作无数个平面，使得直线 l 、 m 都与这些平面平行"是"直线 l 、 m 互相平行"的充要条件，

故选： C .

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，结合空间直线和平面平行的性质是解决本题的关键.

2、**B**

【解析】

化简复数 $\dfrac{2a+2i}{1+i}$ ，由它是纯虚数，求得 a ，从而确定 $2a+2i$ 对应的点的坐标.

【详解】

$\dfrac{2a+2i}{1+i}=\dfrac{2(a+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=a+1+(1-a)i$ 是纯虚数，则 $\begin{cases}a+1=0\\1-a\neq 0\end{cases}$ ， $a=-1$ ，

$2a+2i=-2+2i$ ，对应点为 $(-2,2)$ ，在第二象限.

故选：**B**.

【点睛】

本题考查复数的除法运算，考查复数的概念与几何意义．本题属于基础题.

3、**D**

【解析】

求得定点 M 的轨迹方程 $\left(x-\dfrac{5a}{3}\right)^2+y^2=\dfrac{16a^2}{9}$ 可得 $\dfrac{1}{2}\times 2a\times\dfrac{4}{3}a=8,\dfrac{1}{2}\times 2b\times\dfrac{1}{3}a=1$ ，解得 a，b 即可.

【详解】

设 A（-a，0），B（a，0），M（x，y）．∵动点 M 满足 $\dfrac{|MA|}{|MB|}$=2，

则 $\sqrt{(x+a)^2+y^2}=2\sqrt{(x-a)^2+y^2}$ =2，化简得 $(x-\dfrac{5a}{3})^2+y^2=\dfrac{16a^2}{9}$.

∵△MAB 面积的最大值为 8，△MCD 面积的最小值为 1，

$\therefore\dfrac{1}{2}\times 2a\times\dfrac{4}{3}a=8,\dfrac{1}{2}\times 2b\times\dfrac{1}{3}a=1$ ，解得 $a=\sqrt{6},b=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ ，

∴椭圆的离心率为$\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选 **D**.

【点睛】

本题考查了椭圆离心率，动点轨迹，属于中档题.

4、**D**

【解析】

因为角α的终边经过点$\left(3,-4\right)$,所以$r=\sqrt{3^2+\left(-4\right)^2}=5$,则$\sin\alpha=-\frac{4}{5},\cos\alpha=\frac{3}{5}$,

即$\sin\alpha+\frac{1}{\cos\alpha}=\frac{13}{15}$.故选 ***D***.

5、**A**

【解析】

由已知可得$[1,+\infty)$的单调性，再由$f(2-x)=-f(x)$可得$f(x)$对称性，可求出$f(x)$在$(-\infty,1)$单调性，即可求出结论.

【详解】

对于任意$x\in\mathbf{R}$，函数$f(x)$满足$f(2-x)=-f(x)$，

因为函数$f(x)$关于点$(1,0)$对称，

当$x\geq1$时，$f(x)=\sqrt{x-1}$是单调增函数，

所以$f(x)$在定义域R上是单调增函数.

因为$-\frac{1}{2}<-\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$，所以$f\left(-\frac{1}{2}\right)<f\left(-\frac{1}{3}\right)<f\left(\frac{1}{2}\right)$，

$b<c<a$.

故选:**A**.

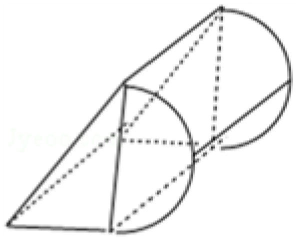
【点睛】

本题考查利用函数性质比较函数值的大小，解题的关键要掌握函数对称性的代数形式，属于中档题..

6、**D**

【解析】

解：根据几何体的三视图知，该几何体是三棱柱与半圆柱体的组合体，



结合图中数据，计算它的体积为：

$V=V_{三棱柱}+V_{半圆柱}=\frac{1}{2}\times2\times2\times1+\frac{1}{2}\bullet\pi\bullet1^2\times1=$（$6+1.5\pi$）$cm^1$.

故答案为 **$6+1.5\pi$**.

点睛：根据几何体的三视图知该几何体是三棱柱与半圆柱体的组合体，结合图中数据计算它的体积即可.

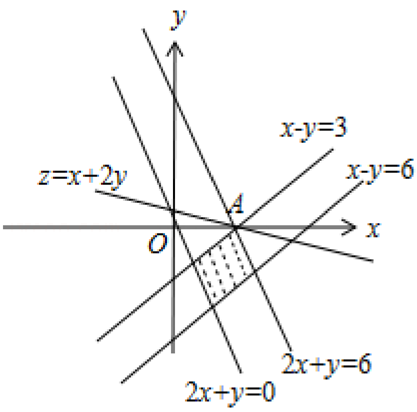
7、**D**

【解析】

画出可行域,将 $z=x+2y$ 化为 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{z}{2}$,通过平移 $y=-\frac{1}{2}x$ 即可判断出最优解,代入到目标函数,即可求出最值.

【详解】

解:由约束条件 $\begin{cases}0\le 2x+y\le 6\\ 3\le x-y\le 6\end{cases}$ 作出可行域如图,



化目标函数 $z=x+2y$ 为直线方程的斜截式,$y=-\frac{1}{2}x+\frac{z}{2}$.由图可知

当直线 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{z}{2}$ 过 $A\left(3,0\right)$ 时,直线在 y 轴上的截距最大,z 有最大值为 **3**.

故选:***D.***

【点睛】

本题考查了线性规划问题.一般第一步画出可行域,然后将目标函数转化为 $y=ax+bz$ 的形式,在可行域内通过平移 $y=ax$ 找到最优解,将最优解带回到目标函数即可求出最值.注意画可行域时,边界线的虚实问题.

8、**B**

【解析】

将所有可能的情况全部枚举出来,再根据古典概型的方法求解即可.

【详解】

设乙,丙,丁分别领到 **x** 元,**y** 元,**z** 元,记为(x,y,z),则基本事件有$(1,1,4)$,$(1,4,1)$,$(4,1,1)$,$(1,2,3)$,$(1,3,2)$,$(2,1,3)$,$(2,3,1)$,$(3,1,2)$,$(3,2,1)$,$(2,2,2)$,共 **10** 个,其中符合乙获得“最佳手气”的有 **3** 个,故所求概率为$\frac{3}{10}$,

故选：***B***.

【点睛】

本题主要考查了枚举法求古典概型的方法,属于基础题型.

9、**D**

【解析】

由特称命题的否定是全称命题可判断选项 **A**；α,β 可能相交，可判断 **B** 选项；利用正态分布的性质可判断选项 **C**；$\frac{1}{x}<1\Rightarrow x<0$ 或 $x>1$，利用集合间的包含关系可判断选项 **D**.

【详解】

命题“$\exists x_0\le 0$，$2x_0\le\sin x_0$”的否定形式是“$\forall x\le 0$，$2x>\sin x$”，故 **A** 错误；$\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则α,β 可能相交，故 **B** 错误；若 $P(0<\xi<1)=0.4$，则 $P(1<\xi<2)=0.4$，所以 $P(\xi<0)=\frac{1-0.4-0.4}{2}=0.1$，故 $P(\xi>0)=0.9$，所以 **C** 错误；由 $\frac{1}{x}<1$，得 $x<0$ 或 $x>1$，

故“$x<0$”是“$\frac{1}{x}<1$”的充分不必要条件，**D** 正确.

故选：**D**.

【点睛】

本题考查命题的真假判断，涉及到特称命题的否定、面面相关的命题、正态分布、充分条件与必要条件等，是一道容易题.

10、**B**

【解析】

根据函数 $f\left(x\right)$ 的一个零点是 $x=\frac{\pi}{3}$，得出 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$，再根据 $x=-\frac{\pi}{6}$ 是对称轴，得出 $-\frac{\pi}{6}\omega-\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi,\ \ k\in Z$，求出 w 的最小值与对应的 φ，写出 $f\left(x\right)$ 即可求出其单调增区间.

【详解】

依题意得，$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=2\sin\left(\frac{\pi\omega}{3}+\varphi\right)-1=0$，即 $\sin\left(\frac{\pi\omega}{3}+\varphi\right)=\frac{1}{2}$，