辽宁省鞍山市2023—2024学年 九年级（上）期末数学训练卷

一．选择题（共8小题，满分24分，每小题3分）

1．下列方程是一元二次方程的是（　）

A． $3x+\frac{1}{x}=4$　　B． $2x(x-1)=2x^2+3$　C． $x^2-2=0$　　D． $x+2y=1$

2．下列图形中，是中心对称图形但不是轴对称图形的是（　　）

A． 　B． 　C． 　D． 

3．下列四个命题中，真命题是（　）

A．相等的圆心角所对的两条弦相等　　B．三角形的内心是到三角形三边距离相等的点

C．平分弦的直径一定垂直于这条弦　　D．等弧就是长度相等的弧

4．已知$(-3,y_1)$，$(-2,y_2)$，$(1,y_3)$是抛物线$y=-3x^2-12x-7$上的点，则（　）

A． $y_1<y_2<y_3$　　B． $y_3<y_1<y_2$　　C． $y_3<y_2<y_1$　　D． $y_1<y_3<y_2$

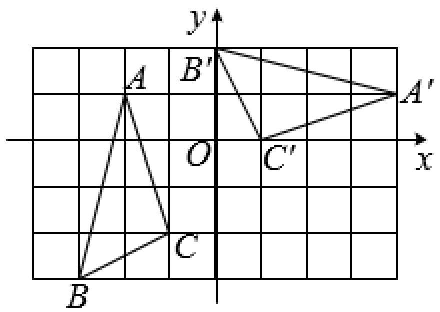
5．一个扇形的弧长是20πcm，面积是240πcm²，则这个扇形的圆心角等于（　　）

A．160°　　B．150°　　C．120°　　D．60°

6．某商场销售一批衬衣，平均每天可售出30件，每件衬衣盈利50元．为了扩大销售，增加盈利，尽快减少库存，商场决定采取适当的降价措施，经调查发现，如果每件衬衣降价10元，商场平均每天可多售出20件．若商场平均每天盈利2000元．每件衬衣应降价（　　）元．

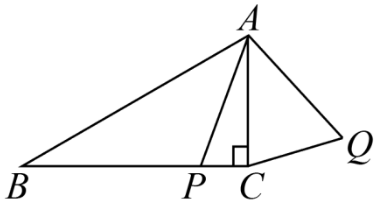
A．10　　B．15　　C．20　　D．25

7．在如图所示的方格纸中，每个小方格都是边长为1个单位的正方形，$\triangle ABC$的顶点都在格点上．若$\triangle A'B'C'$是由$\triangle ABC$绕点P按逆时针方向旋转得到，且各顶点仍在格点上，则旋转中心P的坐标是（　）



A．(0，0)　　B．(0，－1)　　C．(1，－1)　　D．(1，－2)

8．如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，∠B＝30°，AC＝$2\sqrt{3}$，P 是 BC 边上一动点，连接 AP，把线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 60°到线段 AQ，连接 CQ，则线段 CQ 的最小值为（　）



A．1　　B．2　　C．3　　D．$\sqrt{3}$

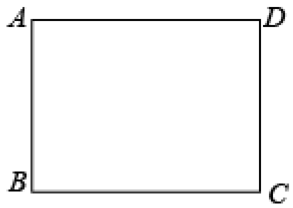
二．填空题（共 8 小题，满分 24 分，每小题 3 分）

9．已知 $y=(m-3)x^2-2x+5$ 是二次函数，则常数 m 的取值范围是_________.

10．若关于 x 的一元二次方程（m－1）x^2+3x+m^2-1＝0 有一根为 0，则 m＝____.

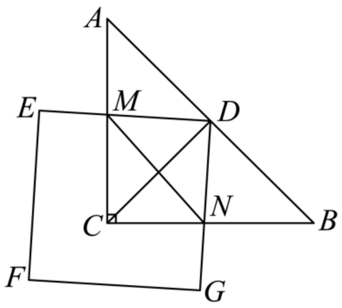
11．将抛物线 $y=x^2$ 向左平移 2 个单位长度，再向下平移 3 个单位长度，得到的抛物线的函数表达式为_________.

12．如图所示，已知矩形 ABCD 的边 $AB=3cm$，$AD=4cm$．以点 A 为圆心作圆，使 B，C，D 三点中至少有一点在圆外，且至少有一点在圆内，此圆半径 R 的取值范围是_____.



13．上课时，孙老师出示了一道课堂小考题，如下：

如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，∠ACB=90°，AC=BC=6，CD 为 AB 边上的中线，正方形 $DEFG$ 绕点 D 旋转；DE，DG 分别与边 AC，BC 交于 M，N 两点，



请补全下列结论：（每小题20分，共100分）

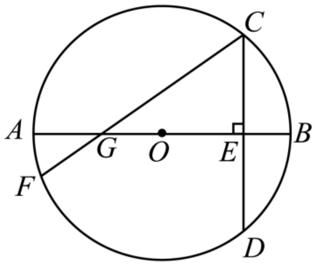
①$\angle DMN$＝_____°；②AM＝_____；③$S_{四边形DMCN}$＝_____；④$AM+BN$＝_____；⑤$\triangle DMC\cong$_____；

同学小华的答案为：

①60；②CM；③9；④6；⑤$\triangle DNB$．

若你批卷，同学小华能得_______分．

14．如图，AB为$\odot O$的直径，弦$CD\perp AB$于点E，点F在圆上，且$\overset{\frown}{DF}=\overset{\frown}{CD}$，$BE=2$，$CD=8$，$CF$交$AB$于点$G$，则弦$CF$的长为 ________________，$AF$的长为 ________________．



15．圆锥的底面半径为$11cm$，母线长为$36cm$，则圆锥的侧面展开图扇形的圆心角度数为______．

16．将二次函数$y=x^2-x-12$在x轴上方的图象沿x轴翻折到x轴下方，图象的其余部分不变，得到一个新图象．若直线$y=x+m$与这个新图象有3个公共点，则m的值为_____．

三．解答题（共2小题，满分16分，每小题8分）

17．解方程：

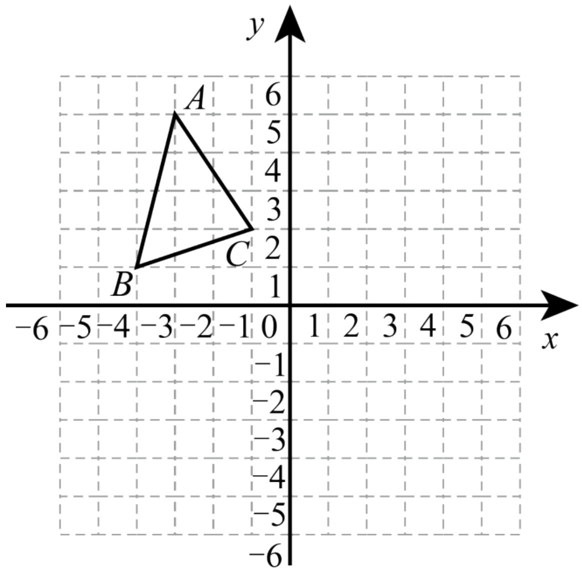
(1) $x^2+5x=0$；

(2) $2x(3x+1)-6(3x+1)=0$．

18．在等腰△ABC中，三边分别为a，b，c，其中a=5，若关于x的方程x^2+（b－2）x+b－3=0有两个相等的实数根，求△ABC的周长．

四．解答题（共 2 小题，满分 20 分，每小题 10 分）

19．如图，方格纸中每个小正方形的边长都是1个单位长度，在方格纸中建立如图所示的平面直角坐标系，$\triangle ABC$ 的顶点都在格点上．



(1)将 $\triangle ABC$ 向右平移6个单位长度得到$\triangle A_2B_2C_2$，请画出．

(2)画出$\triangle A_2B_2C_2$关于点O的中心对称图形$\triangle A_1B_1C_1$；

(3)若将 $\triangle ABC$ 绕某一点旋转可得到$\triangle A_1B_1C_1$，请直接写出旋转中心的坐标．

(4)求出 $\triangle ABC$ 的面积．

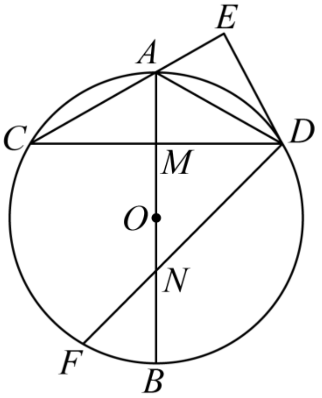
20．某商场销售一批儿童玩具，平均每天能售出20件，每件盈利40元．经调查发现：这种玩具的售价每降低 1 元，平均每天能多售出 2 件，设每件玩具降价 x 元．

(1)降价后，每件玩具的利润为_______元，平均每天的销售量为_______件；（用含 x 的式子表示）

(2)为了扩大销售，尽快减少库存，商场决定采取降价措施，但需要每天盈利1200元，那么每件玩具应降价多少元？

五．解答题（共 2 小题，满分 20 分，每小题 10 分）

21．如图，AB 是$\odot O$的直径，M 是OA的中点，弦$CD\perp AB$于点M，过点D作$DE\perp CA$交CA的延长线于点E．



(1)连接 AD，求 $\angle OAD$；

(2)点 F 在 $\overset{\frown}{BC}$ 上，$\angle CDF = 45^\circ$，DF 交 AB 于点 N．若 $DE = \sqrt{3}$，求 FN 的长．

22．用长为20cm的铁丝，折成一个矩形，设它的一边长为$x$cm，面积为$y\text{cm}^2$．

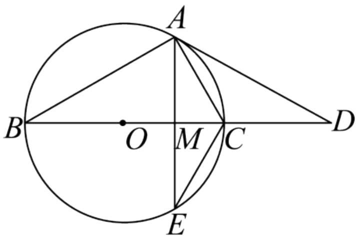
(1)求出 y 与 x 的函数关系式，并写出取值范围．

(2)当 $y = 24$ 时，求 x 的值．

(3)当边长 x 为多少时，矩形的面积最大，最大面积是多少？

六．解答题（共 2 小题，满分 20 分，每小题 10 分）

23．已知 BC 是 $\odot O$ 的直径，点 D 是 BC 延长线上一点，$AB = AD$，AE 是 $\odot O$ 的弦，$\angle AEC = 30^\circ$．



(1)求证：直线 AD 是 $\odot O$ 的切线；

(2)若 $AE \perp BC$，垂足为 M，$\odot O$ 的半径为 10，求 AE 的长．

24．某商店经销一种销售成本为每千克 20 元的水产品，据市场分析，若按每千克 26 元销售，一天能售出 500 千克；销售单价每涨 1 元，日销售量就减少 20 千克，设销售单价为每千克 x 元（$x > 25$，且 x 是整数），日销售利润为 y 元，请解答以下问题：

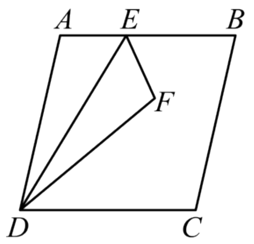
（1）直接写出 y 与 x 之间的函数关系式并写出自变量 x 的取值范围；

（2）若销售单价不得高于每千克 35 元，那么日销售利润能够达到 3960 元吗？如果能，销售单价应定为多少？如果不能，说明理由；

（3）商店要想日销售利润最大，销售单价应定为多少元？最大日销售利润是多少元？

七．解答题（共 1 小题，满分 12 分，每小题 12 分）

25．如图所示，四边形 $ABCD$ 为菱形，$AD=5$，$\sin B=\frac{24}{25}$，点 E 为边 AB 上一动点（不与端点重合），$\triangle DEF$ 与 $\triangle DEA$ 关于 DE 对称．



(1)试求菱形 $ABCD$ 的面积；

(2)若点 D、B、F 共线，求 AE 的长；

(3)点 G 为边 CD 上一点，且 $CG=1$，连接 GF、BF，试求 $BF+2GF$ 的最小值．

八．解答题（共 1 小题，满分 14 分，每小题 14 分）

26．已知抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A（-1，0），B（m，0）两点，与 y 轴交于点 C（0，5）．

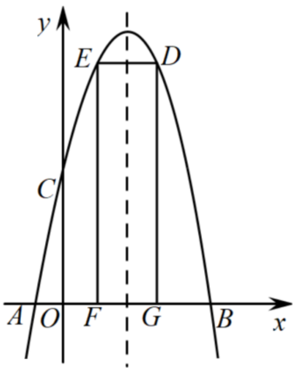


图1

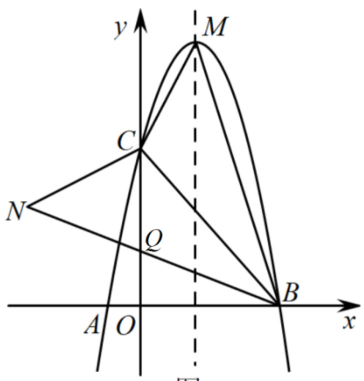


图2

(1)求 b，c，m 的值；

(2)如图 1，点 D 是抛物线上位于对称轴右侧的一个动点，且点 D 在第一象限内，过点 D 作 x 轴的平行线交抛物线于点 E，作 y 轴的平行线交 x 轴于点 G，过点 E 作 $EF\perp x$ 轴，垂足为点 F，当四边形 $DEFG$ 的周长最大时，求点 D 的坐标；

(3)如图 2，点 M 是抛物线的顶点，将$\triangle MBC$ 沿 BC 翻折得到$\triangle NBC$，NB 与 y 轴交于点 Q，在对称轴上找一点 P，使得$\triangle PQB$ 是以 QB 为直角边的直角三角形，求出所有符合条件的点 P 的坐标．

1．C

【分析】本题主要考查一元二次方程的定义：经化简后，只含有一个未知数，且未知数的最高次数为 2 次的整式方程，根据定义解题即可．

【详解】解：A． $3x+\frac{1}{x}=4$，含有分式，不是一元二次方程，故本选项不符合题意；

B． $2x\left(x-1\right)=2x^2+3$，化简后为：$-2x-3=0$，不含二次项，不是一元二次方程，故本选项不符合题意；

C． $x^2-2=0$，是一元二次方程，故本选项符合题意；

D． $x+2y=1$，还有两个未知数，不是一元二次方程，故本选项不符合题意；

故选：C．

2．D

【分析】本题主要考查中心对称图形以及轴对称图形，熟练掌握中心对称图形以及轴对称图形的定义是解题的关键．根据中心对称图形以及轴对称图形的定义进行判断即可得到答案．

【详解】解：选项 A 不是中心对称也不是轴对称图形；

选项 B 是中心对称，也是轴对称图形；

选项 C 不是中心对称，是轴对称图形；

选项 D 是中心对称但不是轴对称图形；

故选 D．

3．B

【分析】利用圆的有关性质及定理、三角形的内心的性质、垂径定理等知识分别判断后即可确定正确的选项．

【详解】解：A、同圆或等圆中，相等的圆心角所对的两条弦相等，则原命题是假命题，故本选项不符合题意；

B、三角形的内心是到三角形三边距离相等的点，是真命题，故本选项符合题意；

C、平分弦（不是直径）的直径一定垂直于这条弦，则原命题是假命题，故本选项不符合题意；

D、等弧是能够完全重合的弧，长度相等的弧不一定是等弧，则原命题是假命题，故本选项不符合题意；

故选：B

【点睛】本题主要考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解圆的有关性质及定理、三角形的内心的性质、垂径定理等知识，难度不大．

4．B

【分析】先解出抛物线的对称轴，根据抛物线的图象开口向下，结合图象增减性解题即可．

【详解】解：$\because y=-3x^2-12x-7$，$\therefore$图象的开口向下，对称轴是直线$x=-\frac{-12}{2\times(-3)}=-2$，

$\because A(-3,y_1)$关于直线$x=-2$的对称点是$(-1,y_1)$，$\because -2<-1<1$，$\therefore y_3<y_1<y_2$，

故选：B．

【点睛】本题考查二次函数图象的增减性，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键．

5．B

【详解】试题分析：利用扇形面积和弧长公式即可求出圆心角的度数.

解：设这个扇形的半径为$r$cm，由扇形面积公式得，$\frac{1}{2}\times 20\pi\cdot r=240\pi$

$\therefore r=24$

由弧长公式得，$\frac{n\pi\times 24}{180}=20\pi$

$\therefore n=150$

故选 B.

6．D

【分析】利用衬衣平均每天售出的件数×每件盈利＝每天销售这种衬衣利润列出方程解答即可．

【详解】解：设每件衬衫应降价x元．

根据题意，得：$(50-x)\left(30+20\times\frac{x}{10}\right)=2000$，

整理，得$x^2-35x+250=0$，

解得$x_1=10$，$x_2=25$．

$\because$“增加盈利，减少库存”，

$\therefore x_1=10$应舍去，

$\therefore x=25$．

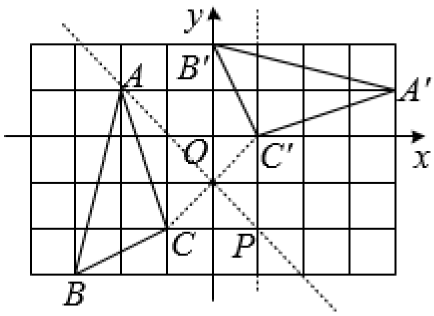
故选：D．

【点睛】此题主要考查了一元二次方程的应用，利用基本数量关系：平均每天售出的件数×每件盈利＝每天销售的利润是解题关键．

7．D

【分析】根据两组对应点所连线段的垂直平分线的交点即为旋转中心，可得结论．

【详解】解：观察图象可知，旋转中心 P 的坐标为(1,-2)．



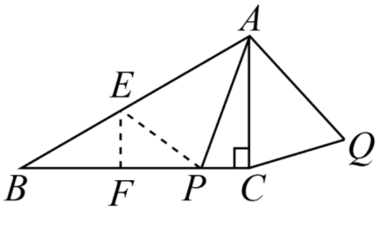
故选 D．

【点睛】本题考查了坐标与图形变化——旋转．解题的关键是理解两组对应点所连线段的垂直平分线的交点即为旋转中心．

8．D

【分析】在 AB 上取一点 E，使 $AE=AC=2\sqrt{3}$，连接 PE，过点 E 作 $EF\perp BC$ 于 F，由旋转的性质得出 $AQ=AP$，$\angle PAQ=60°$，证明$\triangle CAQ\cong\triangle EAP$（SAS），由全等三角形的性质得出 $CQ=EP$，则当 $EF\perp BC$（点 P 和点 F 重合）时，EP 最小，然后由含 30°角的直角三角形的性质求解即可．

【详解】解：如图，在 AB 上取一点 E，使 $AE=AC=2\sqrt{3}$，连接 PE，过点 E 作 $EF\perp BC$ 于 F，



由旋转知，$AQ=AP$，$\angle PAQ=60°$，

$\because\angle ABC=30°$，

$\therefore\angle EAC=60°$，

$\therefore\angle PAQ=\angle EAC$，

$\therefore\angle EAP=\angle CAQ$，

又$\because AE=AC$，$AP=AQ$，

$\therefore\triangle CAQ\cong\triangle EAP$（SAS），

$\therefore CQ=EP$，

要使 CQ 最小，则有 EP 最小，而点 E 是定点，点 P 是 BC 上的动点，

$\therefore$当 $EF\perp BC$（点 P 和点 F 重合）时，EP 最小，即点 P 与点 F 重合，CQ 最小，最小值为 EF，

在 $Rt\triangle ACB$ 中，$\angle B=30°$，$AC=2\sqrt{3}$，

$\therefore AB=4\sqrt{3}$，

$\because AE=AC=2\sqrt{3}$，

$\therefore BE=AB-AE=2\sqrt{3}$，

在 $Rt\triangle BFE$ 中，$\angle B=30°$，

$\therefore EF=\frac{1}{2}BE=\sqrt{3}$，

故线段 CQ 长度的最小值是 $\sqrt{3}$，

故选：D.

【点睛】此题主要考查了旋转的性质，全等三角形的判定和性质，含 30°角的直角三角形的性质等，找出点 P 和点 F 重合时，EQ 最小，最小值为 EF 的长度是解本题的关键.

9．$m\neq 3$

【分析】根据二次函数的定义与一般形式即可得出答案.

【详解】解：$\because y=(m-3)x^2-2x+5$ 是二次函数，

$\therefore m-3\neq 0$，即 $m\neq 3$，

故答案为：$m\neq 3$.

【点睛】本题考查了二次函数的定义，熟知二次函数的一般式为 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$，a,b,c 为常数）是解本题的关键.

10．－1

【分析】根据一元二次方程解的定义把 $x=0$ 代入方程求 m，然后根据一元二次方程的定义确定满足条件的 m 的值.

【详解】解：把 $x=0$ 代入方程得 $m^2-1=0$，解得 $m=\pm1$，

而 $m-1\neq0$，

所以 $m=-1$.

故答案是：-1.

【点睛】本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解．注意一元二次方程的定义.

11．$y=\left(x+2\right)^2-3$

【分析】本题考查了二次函数图象与几何变换，先确定抛物线 $y=x^2$ 的顶点坐标为 $\left(0,0\right)$，再根据点平移的规律得到点 $\left(0,0\right)$ 平移后所得对应点的坐标为 $\left(-2,-3\right)$，然后根据顶点式写出平移后的抛物线解析式.

【详解】解：抛物线 $y=x^2$ 向左平移 2 个单位长度，再向下平移 3 个单位长度，则得到的抛物线的函数表达式为：$y=\left(x+2\right)^2-3$，

故答案为：$y=\left(x+2\right)^2-3$.

12．$3<R<5$

【分析】使 B、C、D 三点至少有一个在圆内，且至少有一个在圆外，也就是说圆的半径不能小于 AB,不能大于 AC，可求得 AC=5，所以 3<r<5.

【详解】如图，连接 AC，

∵ 在矩形 ABCD 中，AB=3cm，AD=4cm，∠ABC=90°，BD=AC，

∴AC=BD=$\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5cm$，

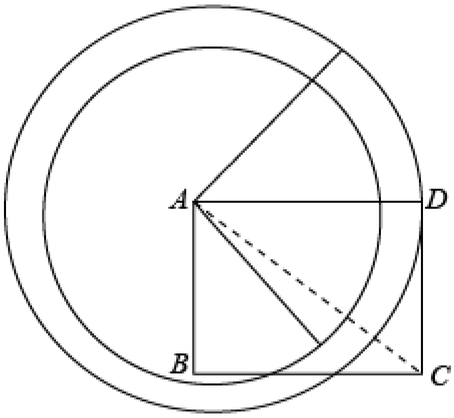
∴AB<AD<AC，

∵B，C，D 三点中至少有一点在⊙A 内，且至少有一点⊙A 在外，

∴点 B 一定在⊙A 内，点 C 一定在⊙A 外，

∴⊙A 半径 R 的取值范围应大于 AB 的长，小于对角线 AC 的长，即 3<R<5.

故答案为：3<R<5.



【点睛】本题考查确定点与圆的位置关系，解题的关键是掌握确定点到圆心的距离与半径的大小关系，设点与圆心的距离 d，圆的半径为 r，则 $d>r$ 时，点在圆外；当 $d=r$ 时，点在圆上；当 $d<r$ 时，点在圆内．

13．60

【分析】本题主要考查等腰直角三角形，正方形，旋转的性质，全等三角形的判定和性质的综合，根据等腰直角三角形的性质，旋转的性质可证 $\triangle DMC \cong \triangle DNB$，根据全等三角形的性质即可求解，掌握旋转的性质，全等三角形的判定和性质是解题的关键．

【详解】解：$\because AC = BC$，点 D 是 AB 的中点，$\angle ACB = 90°$，

$\therefore AD = BD = CD = \frac{1}{2}AB$，$\angle A = \angle B = \angle ACD = \angle BCD = 45°$，

$\angle ADC = \angle BDC = \angle EDG = 90°$，

$\therefore \angle BDN + \angle ADM = \angle BDN + \angle NDC = 90°$，

$\because \angle MDC + \angle NDC = 90°$，

$\therefore \angle BDN = \angle CDM$，

在 $\triangle BDN, \triangle CDM$ 中，

$$\begin{cases} \angle B = \angle MCD \\ BD = CD \\ \angle BDN = \angle CDM \end{cases},$$

$\therefore \triangle BDN \cong \triangle CDM\left(ASA\right)$，即 $\triangle DMC \cong \triangle DNB$，故结论⑤正确；

$\therefore BN = CM$，$DM = DN$，$S_{\triangle BDN} = S_{\triangle CDM}$，

$\therefore AM + BN = AM + CM = AC = BC = 6$，故结论④正确；

$\because S_{四边形DMCN} = S_{\triangle CDM} + S_{\triangle CDN}$，

$\therefore S_{四边形DMCN}=S_{\triangle BDN}+S_{\triangle CDM}=S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times6\times6=9$，故结论③正确；

$\because$由$\triangle BDN\cong\triangle CDM$，得$DM=DN$，且$\angle MDN=90°$，

$\therefore\angle DMN=\angle DNM=45°$，故结论①错误；

正方形$DEFG$绕点D旋转时，点M在AC上运动，

$\therefore$当点M在AC中点时，$AM=CM$；当点M不在AC中点时，AM与CM的关系不确定，故结论②错误；

综上所述，正确的有③④⑤，

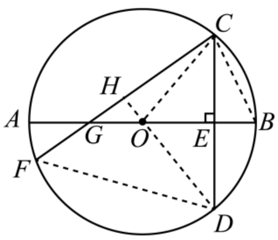
$\therefore$每小题20分，小华能得60分，

故答案为：60．

14．　$\frac{48}{5}$　$\frac{4\sqrt{5}}{5}$##$\frac{4}{5}\sqrt{5}$

【分析】本题考查垂径定理，圆周角定理，勾股定理，相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，将相似和圆知识联系起来．连接DF，OC，先求出$OC=5$，连接DO并延长交CF于点H，证明$\triangle DHF\backsim\triangle CEO$，可得$\frac{DF}{OC}=\frac{DH}{CE}=\frac{FH}{OE}$，可求出$FH$和$DH$的长，求出$CF$和$OH$长，证明$\triangle GHO\backsim\triangle CEO$，可得$\frac{OG}{OC}=\frac{OH}{OE}$，可求出$OG$长，得到$GE$，利用勾股定理求出$CG$，证明$\triangle AGF\backsim\triangle CGB$，得到$\frac{AG}{CG}=\frac{AF}{CB}$，即可求出$AF$．

【详解】解：连接BC，DF，OC，连接DO并延长交CF于点H，



$\because$弦$CD\perp AB$于点E，$CD=8$，

$\therefore CE=\frac{1}{2}CD=4$，

$\therefore BC=\sqrt{CE^2+BE^2}=2\sqrt{5}$，

设$OC=x$，则$OE=x-2$，

$\because OE^2+CE^2=OC^2$，

$\therefore(x-2)^2+4^2=x^2$，

解得 $x=5$，

$\therefore OC=5$，

$\therefore OE=5-2=3$，

$\because \overset{\frown}{DF}=\overset{\frown}{CD}$，

$\therefore DF=CD$， $\angle CFD=\frac{1}{2}\angle COD=\angle COB$， $DH\perp CF$，

$\therefore \angle FHD=\angle OEC=90^{\circ}$，

$\therefore \triangle DHF\backsim\triangle CEO$，

$\therefore \frac{DF}{OC}=\frac{DH}{CE}=\frac{FH}{OE}$，

$\therefore \frac{8}{5}=\frac{DH}{4}=\frac{FH}{3}$，

$\therefore FH=\frac{24}{5}$， $DH=\frac{32}{5}$，

$\therefore CF=2FH=\frac{48}{5}$， $OH=DH-OD=\frac{32}{5}-5=\frac{7}{5}$，

$\because \angle CFD=\angle COB=\angle BOD$， $\angle BOD=\angle GOH$，

$\therefore \angle GOH=\angle DFH$，

$\because \angle GHO=\angle OEC=90^{\circ}$，

$\therefore \triangle GHO\backsim\triangle CEO$，

$\therefore \frac{OG}{OC}=\frac{OH}{OE}$，

$\therefore \frac{OG}{5}=\frac{\frac{7}{5}}{3}$，

$\therefore OG=\frac{7}{3}$，

$\therefore AG=OA-OG=5-\frac{7}{3}=\frac{8}{3}$， $EG=OG+OE=\frac{7}{3}+3=\frac{16}{3}$，

$\therefore CG=\sqrt{GE^{2}+CE^{2}}=\frac{20}{3}$，

$\because \angle B=\angle AFG$， $\angle BGC=\angle AGF$，

$\therefore \triangle AGF\backsim\triangle CGB$，

$\therefore \frac{AG}{CG}=\frac{AF}{CB}=\frac{GF}{GB}$， 即 $\frac{\frac{8}{3}}{\frac{20}{3}}=\frac{AF}{2\sqrt{5}}$，