福建省泉州市安溪蓝溪中学2023-2024学年高一下学期第二次阶段检测（6月）数学试卷

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知i为虚数单位，复数z满足$z\left(1+\mathrm{i}\right)=2\mathrm{i}$，则$|z|=$（　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．2　　C．$\sqrt{2}$　　D．1

2．已知圆锥底面半径为1，高为2，则该圆锥侧面积为（　）

A．2π　　B．$\sqrt{5}\pi$　　C．4π　　D．$2\sqrt{5}\pi$

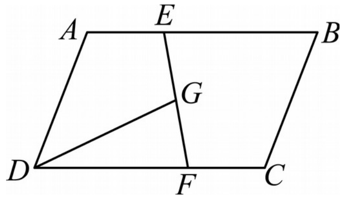
3．已知平面向量$\vec{a}$、$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\perp\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　）

A．$\frac{\pi}{3}$　　B．$\frac{\pi}{6}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{5\pi}{6}$

4．已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，满足$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=4$，$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角的余弦值为$\frac{3}{4}$，则向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量为（　）

A．$\vec{a}$　　B．$3\vec{a}$　　C．$\frac{9}{4}\vec{b}$　　D．$\frac{9}{16}\vec{b}$

5．在平行四边形$ABCD$中，$AE=\frac{1}{3}AB$，$CF=\frac{1}{3}CD$，G为EF的中点，则$\overrightarrow{DG}=$（　）



A．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$　　B．$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$　　C．$\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$　　D．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

6．设α,β是两个不同的平面，l,m是两条不同的直线，则下列命题中正确的是（　　）

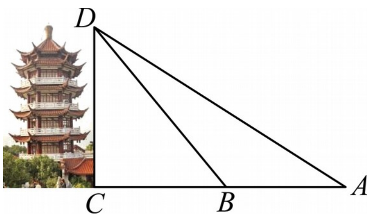
A．若$\alpha\perp\beta,l\subset\alpha,m\subset\beta$，则$l\perp m$

B．若$l\perp\alpha,l\perp\beta$，则$\alpha//\beta$

C．若$m\perp\beta,\alpha\perp\beta$，则$m//\alpha$

D．若$\alpha//\beta$，且l与α所成的角和m与β所成的角相等，则$l//m$

7．麒麟山位于三明市区中部，海拔262米，原名牛垄山．在地名普查时，发现山腰有一块“孔子戏麒麟”石碑，故更现名．山顶的麒麟阁仿古塔造型是八角重檐阁．小李为测量麒麟阁的高度选取了与底部水平的直线AC，如图，测得$\angle DAC=30^{\circ}$，$\angle DBC=45^{\circ}$，$AB=18$米，则麒麟阁的高度CD约为（参考数据：$\sqrt{2}\approx1.414$，$\sqrt{3}=1.732$）（　）



A．20.6米　　B．22.6米　　C．24.6米　　D．26.6米

8．设O为$\triangle ABC$的内心，$AB=AC=5$，$BC=8$，$\overrightarrow{AO}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}\left(m,n\in\mathbf{R}\right)$，则$m+n=$（　）

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{5}{9}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{2}{5}$

二、多选题

9．设复数$z=1+\sqrt{3}i$，则下列命题中正确的是（　）

A．z 在复平面内对应的点在第一象限　　B．$\overline{z}$ 的虚部是 $-\sqrt{3}i$

C．$z+\overline{z}=|z|$　　D．$z\cdot\overline{z}$ 为实数

10．在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别是 a，b，c，下列说法正确的是（　）

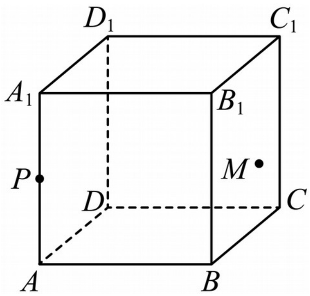
A．若 $a\cos A=b\cos B$ 则 $\triangle ABC$ 是等腰三角形

B．若 $AB=2\sqrt{2}$，$B=45°$，$AC=3$，则满足条件的三角形有且只有一个

C．$AB=2$，$AC=3$，BC 边上的中线 $AD=2$，则 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{15}}{4}$

D．若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}<0$，则 $\triangle ABC$ 为钝角三角形

11．如图，若正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 M 是正方体在侧面 BCC_1B_1 上的一个动点（含边界），点 P 是 AA_1 的中点，则下列结论正确的是（　）



A．三棱锥 $P-DD_1M$ 的体积为定值　　B．四棱锥 $P-BDD_1B_1$ 外接球的半径为 $\frac{5\sqrt{2}}{4}$

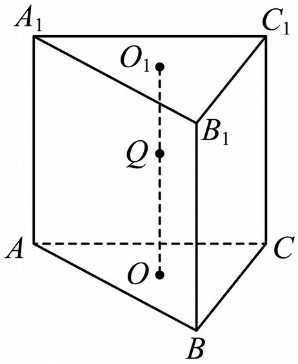
C．若 $D_1M\perp DP$，则 A_1M 的最大值为 $2\sqrt{2}$　　D．若 $D_1M\perp DP$，则 A_1M 的最小值为 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

三、填空题

12．已知向量$\vec{a}=(2,5)$，$\vec{b}=(1,m)$，若$\vec{a}\parallel\vec{b}$，则m的值为____.

13．方程$x^2+2x+3=0$在复数范围内的根为______.

14．已知正三棱柱木料$ABC-A_1B_1C_1$各棱长都为2，如图所示，O_1，O分别为$\triangle A_1B_1C_1$和$\triangle ABC$的中心，Q为线段O_1O上的点，且$\frac{|O_1Q|}{|QO|}=\frac{1}{2}$，过$A,B,Q$三点的截面把该木料截成两部分，则截面面积为____.



四、解答题

15．在$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别a,b,c，满足$\sin^2 A+\sin^2 C-\sin^2 B=\sin A\sin C$.

(1)求B；

(2)若$b=2$，$a+c=4$，求$\triangle ABC$的面积.

16．在$\triangle ABC$中，$AC=BC=6$，$AB=4$，$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}(0\le\lambda\le1)$.

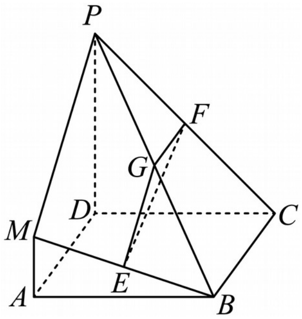
(1)当$\lambda=\frac{2}{3}$时，用$\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{CB}$表示$\overrightarrow{CP}$；

(2)求$\overrightarrow{CP}\cdot\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right)$的值

17．在如图所示的几何体中，底面$ABCD$是正方形，四边形$ADPM$是直角梯形，

$MA\perp AD$，$PD//MA$，平面$ADPM\perp$平面$ABCD$，E,G,F分别为MB,PB,PC的中点，

$AD=PD=2$，$PD=3MA$．

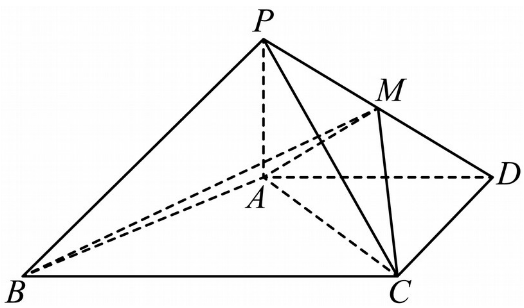


(1)求证：平面$EFG//$平面$ADPM$；

(2)求多面体$PMABCD$的体积.

18．如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$平面$ABCD$，$AD\parallel BC$，$AD\perp CD$，且

$AD=CD=2$，$BC=4$，$PA=\sqrt{2}$．



(1)求证：$AB\perp PC$；

(2)在线段PD上是否存在一点M，使得BM与平面$ABCD$所成角的正切值为$\frac{\sqrt{26}}{26}$，若存在，

求二面角$M-AC-D$的大小，若不存在，请说明理由.

19．已知$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c．点D在BC上，且$AD=\sqrt{2}$

(1)若$\sin\angle ADC=2\sin B$，求c

(2)若AD是$\angle BAC$的角平分线，且$\angle BAC=\dfrac{2\pi}{3}$，求$\triangle ABC$周长的最小值.

参考答案：

1．C

【分析】利用复数代数形式的乘除运算，再由复数的模的计算公式求解即可.

【详解】由 $z(1+\mathrm{i})=2\mathrm{i}$ ，得 $z=\frac{2\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\frac{2\mathrm{i}(1-\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=\frac{2\mathrm{i}+2}{2}=1+\mathrm{i}$ ，

$\therefore |z|=\sqrt{2}$.

故选: C .

2．B

【分析】先求得圆锥的母线长，再利用侧面积公式求解.

【详解】解：因为圆锥底面半径为1，高为2，

所以圆锥的母线长为 $\sqrt{5}$ ，

所以该圆锥侧面积为 $S=\pi rl=\sqrt{5}\pi$ ，

故选：B

3．A

【分析】由已知可得 $\vec{a}\cdot\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)=0$ ，利用平面向量数量积的运算性质可求得 $\cos\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle$，结合向量夹角的取值范围可求得结果.

【详解】因为 $\vec{a}\perp\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)$，则

$\vec{a}\cdot\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)=\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|^2-2\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cos\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle=1-2\cos\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle=0$,

解得 $\cos\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle=\frac{1}{2}$,

因为 $0\le\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle\le$ ，故 $\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle=\frac{\pi}{3}$，故 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$.

故选：A.

4．D

【分析】利用投影向量的定义结合已知条件直接计算即可

【详解】因为向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，满足$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=4$，$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角的余弦值为$\frac{3}{4}$，

所以向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量为

$$\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}\cdot\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle}{|\vec{b}|^2}\cdot\vec{b}=\frac{3\times4\times\frac{3}{4}}{4^4}\vec{b}=\frac{9}{16}\vec{b},$$

故选：D

5．D

【分析】利用向量的加减法的几何意义将$\overrightarrow{DG}$转化为$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AD}$即可.

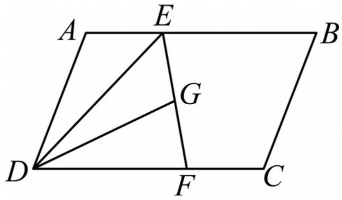
【详解】$\overrightarrow{DG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DE}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DF}$

$=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AE}\right)+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$

$=\frac{1}{2}\left(-\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\right)+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

$=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

故选：D.



6．B

【分析】根据线线、线面、面面位置关系有关知识对选项进行分析，从而确定正确答案.

【详解】A选项，若$\alpha\perp\beta,l\subset\alpha,m\subset\beta$，则$l$与$m$可能平行，所以A选项错误.

B 选项，两个平面垂直于同一个平面，则这两个平面平行，所以 B 选项正确.

C 选项，若 $m\perp\beta,\alpha\perp\beta$，则 m 可能含于 α，所以 C 选项错误.

D 选项，若 $\alpha//\beta$，且 l 与 α 所成的角和 m 与 β 所成的角相等，则可能 l 与 m 异面或相交，

故选：B

7．C

【分析】由 $\angle DBC=45^{\circ}$ 得 $BC=CD$，再根据

$\tan\angle DAC=\dfrac{CD}{AC}=\dfrac{CD}{BC+AB}=\dfrac{CD}{CD+AB}=\tan 30^{\circ}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 可求出结果.

【详解】因为 $\angle DBC=45^{\circ}$，$DC\perp AC$，所以 $BC=CD$，

又 $\angle DAC=30^{\circ}$，所以 $\tan\angle DAC=\dfrac{CD}{AC}=\dfrac{CD}{BC+AB}=\dfrac{CD}{CD+AB}=\tan 30^{\circ}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

又 $AB=18$ 米，所以 $\dfrac{CD}{CD+18}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，解得 $CD=\dfrac{18}{\sqrt{3}-1}\approx\dfrac{18}{1.732-1}\approx 24.6$ 米.

故选：C.

8．B

【分析】取 BC 的中点 E，连 AE，则 OE 为内切圆的半径，利用面积关系求出 OE，得

$\overrightarrow{AO}=\dfrac{5}{9}\overrightarrow{AE}$，再根据 $\overrightarrow{AE}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$ 得 $\overrightarrow{AO}=\dfrac{5}{18}\overrightarrow{AB}+\dfrac{5}{18}\overrightarrow{AC}$，由平面向量基本定理求出

m,n 可得答案.

【详解】取 BC 的中点 E，连 AE，

因为 $AB=AC=5$，$BC=8$，所以 $AE\perp BC$，$AE=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

所以$\triangle ABC$的内心O在线段AE上，OE为内切圆的半径，

因为$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AOB}+S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}$，

所以$\frac{1}{2}AE\cdot BC=\frac{1}{2}OE\cdot\left(AB+AC+BC\right)$，

所以$\frac{1}{2}\times 3\times 8=\frac{1}{2}OE\cdot\left(5+5+8\right)$，得$OE=\frac{4}{3}$，

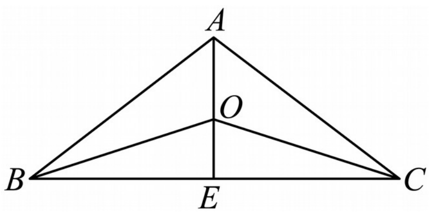
所以$AO=AE-OE=3-\frac{4}{3}=\frac{5}{3}$，

所以$\overrightarrow{AO}=\frac{5}{9}\overrightarrow{AE}$，

又$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$，所以$\overrightarrow{AO}=\frac{5}{18}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{18}\overrightarrow{AC}$，

又已知$\overrightarrow{AO}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$，所以$m=n=\frac{5}{18}$，

所以$m+n=\frac{5}{9}$.



故选：B.

【点睛】关键点点睛：利用面积关系求出内切圆半径,进而得到$\overrightarrow{AO}=\frac{5}{9}\overrightarrow{AE}$是本题解题关键.

9．ACD

【分析】根据复数的坐标表示、复数的概念、共轭复数的概念、复数的模长公式以及复数

的乘法运算逐个选项判断可得答案.

【详解】复数$z=1+\sqrt{3}i$在复平面内对应的点$\left(1,\sqrt{3}\right)$在第一象限，故A正确；

$\overline{z}=1-\sqrt{3}\mathrm{i}$的虚部为$-\sqrt{3}$，故B错误；

$z+\overline{z}=1+\sqrt{3}\mathrm{i}+1-\sqrt{3}\mathrm{i}=2$，$|z|=\sqrt{1+3}=2$，故C正确；

$z\cdot\overline{z}=\left(1+\sqrt{3}\mathrm{i}\right)\left(1-\sqrt{3}\mathrm{i}\right)=1+3=4$为实数，故D正确.

故选：ACD.

10．BC

【分析】对于A利用正弦边角关系及三角形内角性质可得$A=B$或$A+B=\frac{\pi}{2}$判断；对于B

应用余弦定理求BC即可判断；

对于C借助向量的数量工具，求得A，由余弦定理即可求得BC，由面积公式求得三角形面积即可判断;对于D由向量数量积定义判断；

【详解】对于A：由正弦定理得$\sin A\cos A=\sin B\cos B$，则$\sin 2A=\sin 2B$，

则$\triangle ABC$中$A=B$或$A+B=\frac{\pi}{2}$，故A错误；

对于B：由$\cos B=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=\frac{BC^2-1}{4\sqrt{2}BC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则$BC^2-4BC-1=0$，

可得$BC=2\pm\sqrt{5}$，故$BC=2+\sqrt{5}$，满足条件的三角形有一个，故B正确；

对于C：设$\angle A=\theta$，容易知$\overline{AD}=\frac{1}{2}\left(\overline{AB}+\overline{AC}\right)$，

故可得$\left|\overrightarrow{AD}\right|^2=\frac{1}{4}\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+\frac{1}{4}\left|\overrightarrow{AC}\right|^2+\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\right|\times\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos\theta$，

可得$4=1+\frac{9}{4}+3\cos\theta$，解得$\cos\theta=\frac{1}{4}$.

由余弦定理可得$BC=\sqrt{AB^2+AC^2-2AB\times AC\times\cos\theta}=\sqrt{10}$；

由$\cos\theta=\frac{1}{4}$，可得$\sin\theta=\frac{\sqrt{15}}{4}$.

故可得三角形ABC面积为$\frac{1}{2}\sin\theta\times AB\times AC=\frac{3\sqrt{15}}{4}$.,故C正确；

对于D：$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{BC}|\cos(\pi-B)=-|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{BC}|\cos B<0$，即$|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{BC}|\cos B>0$，

$\angle B$为锐角，故$\triangle ABC$不一定为钝角三角形，故D错误；

故选：BC

11．ABD

【分析】求出$P-DD_1M$的体积，即可判断A，由正方体的性质可得四棱锥$P-BDD_1B_1$为正四棱锥，设$BD_1\cap DB_1=Q$，则四棱锥$P-BDD_1B_1$外接球的球心O在直线PQ上，利用勾股定理求出外接球的半径，即可判断B，过点P作$PK\perp BB_1$，则点K是BB_1的中点，连接KC，取BC的中点N，连接NC_1，A_1N，A_1C_1，即可证明$DP\perp$平面D_1C_1N，从而得到点M的轨迹是线段C_1N，再求出A_1M的最值，即可判断C、D.

【详解】对于A：