学习资料整理汇编

（考点或配套习题突击训练）

桂林电子科技大学 2012 年硕士研究生入学考试试卷

考试科目代码： 811 考试科目名称：数学分析

请注意：答案必须写在答题纸上（写在试卷上无效）。

一、证明题（每小题 8 分，共 24 分）

(1) 写出 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ 不存在的柯西准则的否定叙述，并证明 $\lim\limits_{x\to+\infty}\cos x$ 不存在.

(2) 设 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 可导，且 $0\le f(x)\le \dfrac{x}{1+x^2}$，证明：存在 $\xi>0$ 使得：

$$f'(\xi)=\frac{1-\xi^2}{(1+\xi^2)^2}.$$

(3) 设 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上有二阶导数，且 $f'(a)=f'(b)=0$．求证：存在 $c\in(a,b)$，使得：

$$\left|f''(c)\right|\ge\frac{4}{(b-a)^2}\left|f(b)-f(a)\right|.$$

二、计算下列极限（每小题 8 分，共 24 分）.

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty} x(\sqrt{x^2+2012}+x)$.

(2) $\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{2}{\sin x}}$.

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\arcsin x}{\sin^3 x}$

三、 计算下列积分（每小题 8 分，共 16 分）.

(1) $\displaystyle\int\frac{1}{\sin^2 x\cos^2 x}\mathrm{d}x$.

(2) $\displaystyle\int\frac{1}{\sqrt{1+e^x}}\mathrm{d}x$.

四、(10 分) 叙述有界函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上黎曼可积的定义，并举反例，即闭区间上的有界函数不可积.

五、(10 分) 求由摆线 $x=a(t-\sin t),\ y=a(1-\cos t)$ 的一拱 $(0\le t\le 2\pi)$ 与横轴所围成图形的面积.

请注意：答案必须写在答题纸上（写在试卷上无效）。

六、(12 分)设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y)\neq 0,\\ 0, & (x,y)=0,\end{cases}$ 求偏导数 $f_x(0,0), f_y(0,0)$，并讨论函数 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处的连续性和可微性.

七、(9 分）求隐函数 $xy+2z=e^{x+z}$ 的偏导数 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

八、 计算积分（每小题 11 分，共 33 分）

(1) 计算二重积分 $I=\iint\limits_D \dfrac{x+y}{x^2+y^2}\mathrm{d}\sigma$，其中 D 为 $x^2+y^2\le 1;\ x+y\ge 1$.

(2) 求 $I=\iiint\limits_\Omega z(1+x+y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 Ω 由上半球面 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 与抛物面 $z=x^2+y^2$ 所围成.

(3) 设 $I=\oint\limits_L y^3dx+(3x-x^3)dy$，其中 L 为正向圆周 $x^2+y^2=a^2$. 问 $a(a>0)$ 为何值时 I 最大? 并求此最大值.

九、(12 分）求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n(n+1)}x^n$ 的和函数.