湖南省名师网络工作室精品课

1.4.2用空间向量研究距离、夹角问题

（第一课时）

年　级：高二年级

学　科：数学(人教A版)

主讲人：吴丰田

学　校：湖南省株洲市九方中学

湖南省名师网络工作室精品课

1.4.2用空间向量研究距离、夹角问题(第一课时)

年　级：高二年级　学 科： 数 学（人 教A版）

主讲人：吴丰田　学　校：株洲市九方中学

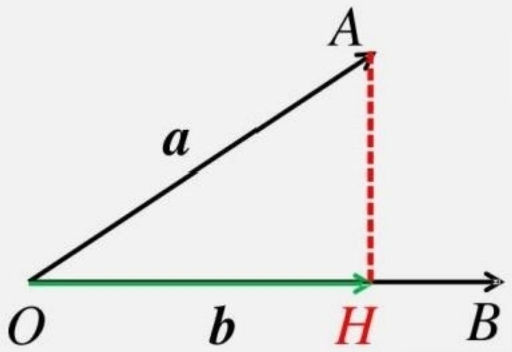
复习引入

如图，在空间中任取一点O，作OA =a，OB=b .

问题1：(1) 怎样表示向量b 方向上的单位向量？

(2) 如何作出向量a 在向量b方向上的投影向量？

(3) 怎样表示向量a在向量b 方向上的投影向量的模？



(1) $\mu = \frac{b}{|b|}$

(2) 过点A作AH⊥OB，OH 即为向量a 在向量b 方向上的**投影向量**

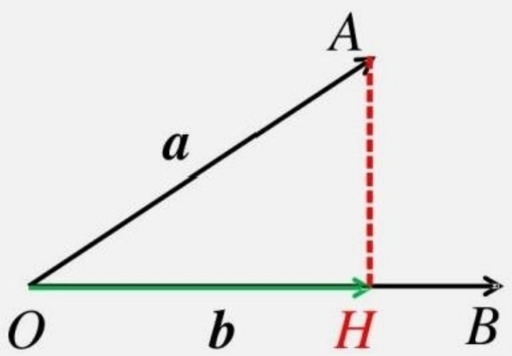
复习引入

如图，在空间中任取一点O，作OA =a,OB=b.

问题1： (1)怎样表示向量b 方向上的单位向量?

(2)如何作出向量a在向量b 方向上的投影向量?

(3)怎样表示向量a 在向量b 方向上的投影向量的模?



$$(3)|OH|=|OA\cdot u|$$

$$=||\overrightarrow{OA}|\cdot|u|\cos\langle a,b\rangle|$$

$$=||OA|\cdot\cos\langle a,b\rangle|$$

$$|\overrightarrow{OH}|=\frac{|\overrightarrow{OA}\cdot \boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{b}|}=\frac{|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{b}|}$$

新知探究一：点线距

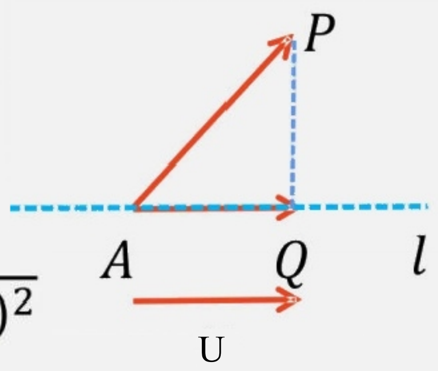
问题2:已知直线l的单位方向向量为u ,A 是直线l上的定点,P 直线l外一点.如何利用这些条件求点P到直线l的距离?

设AP=a, 则向量AP在直线l上的投影向量为AQ

且|AQ|=|AP• μ |=|a• μ l

在Rt△APQ中，由勾股定理，得:

$$|PQ| = \sqrt{|\overrightarrow{AP}|^2 - |\overrightarrow{AQ}|^2} = \sqrt{a^2 - (|a \cdot \mu|)^2}$$

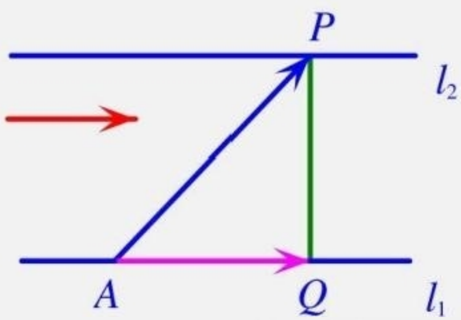


新知探究二：线线距

思考3：类比点到直线的距离的求法，如何求两条平行直线之间的距离？

根据两平行直线之间距离的定义，我们知道，两平行线之间的距离等于其中一条直线上任**意一点**到**另一条直线**的距离.

$$|PQ|=\sqrt{|\overrightarrow{AP}|^2-\left(\frac{|\overrightarrow{AP}\cdot\vec{\mu}|}{|\vec{u}|}\right)^2}$$



两条平行直线之间的距离⇔点到直线的距离

新知探究三：点面距

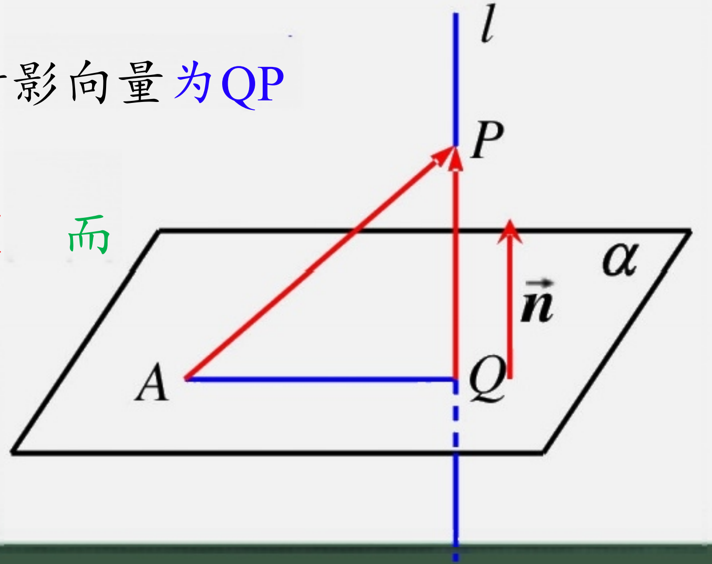
已知平面α的法向量为n,A 是平面α内的定点， P 是平面外一点。过点P 作出平面的垂线l, 交平面α于点Q.

(1) 类比点到直线距离的研究过程，如何用向量AP 表示QP?

(2) 点P到平面α的距离应该怎样表示?

(1) 向量AP 在直线l上的射影向量为QP

QF= Q •m = |AF • H 而



新知探究三：点面距

已知平面 α 的法向量为n,A 是平面 α 内的定点， P 是平面外一点。过点P 作出平面的垂线l， 交平面 α 于点Q.

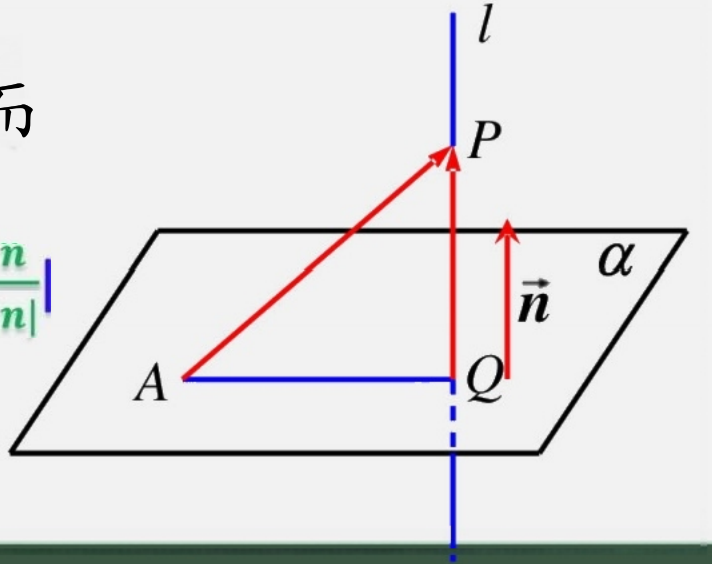
(1) 类比点到直线距离的研究过程，如何用向量AP 表示QP?

(2) 点P到平面 α 的距离应该怎样表示?

(2)QF=1Q# • m=|AF • 1而

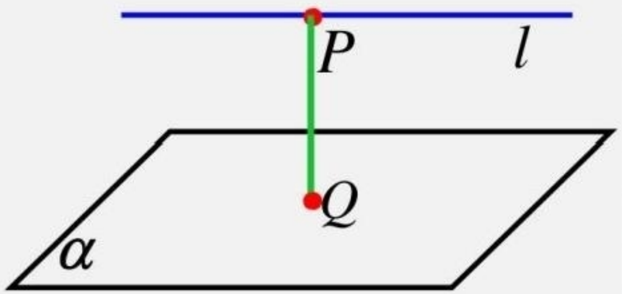
$$|\overrightarrow{QP}|=||\overrightarrow{AP}|\cdot\frac{n}{|n|}|=||\overrightarrow{AP}\cdot\frac{n}{|n|}|\cdot\frac{n}{|n|}|$$

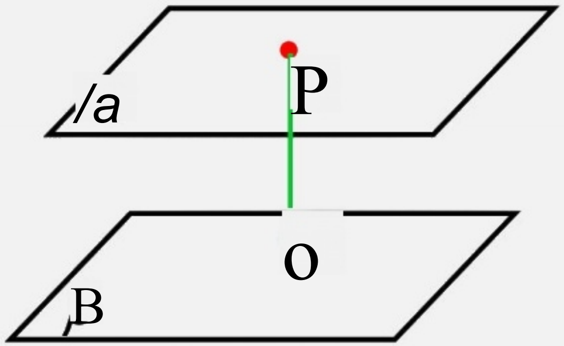
$$d=|\overrightarrow{QP}|=|\frac{\overrightarrow{AP}\cdot n}{|n|}|$$



新知探索四：线面距、面面距

思考：类似地，请同学们研究如何求平行于平面的直线l到平面α的距离?两个平行平面之间的距离呢?

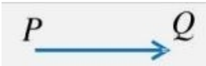
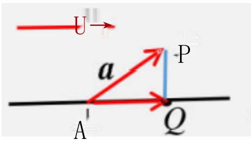
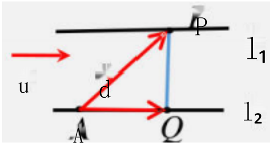
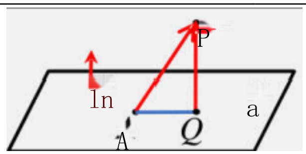




线面、面面距离⇔平面外一点到平面的距离

$$|PQ|=\left|\overrightarrow{AP}\cdot\frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}\right|=\left|\frac{\overrightarrow{AP}\cdot\vec{n}}{|\vec{n}|}\right|=\frac{|\overrightarrow{AP}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|}$$

小结：向量方法求距离的相关公式

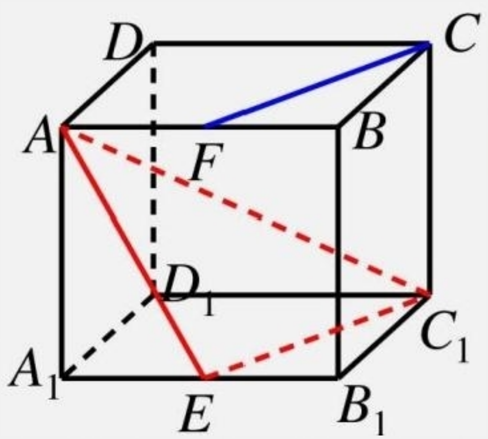
距离问题	图示	向量法距离公式
两点间的距离		PQ=|PQ
点到直线的距离		$PQ=\sqrt{\overrightarrow{AP}^2-\overrightarrow{AQ}^2}=\sqrt{\boldsymbol{a}^2-(\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{u}}{\|\boldsymbol{u}\|})^2}$
两平行线之间的距离		$PQ=\sqrt{\overrightarrow{AP}^2-\overrightarrow{AQ}^2}=\sqrt{\boldsymbol{a}^2-(\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{u}}{\|\boldsymbol{u}\|})^2}$
点到平面的距离		$PQ=\left\|\overrightarrow{AP}\cdot\frac{\boldsymbol{n}}{\|\boldsymbol{n}\|}\right\|=\frac{\|\overrightarrow{AP}\cdot\boldsymbol{n}\|}{\|\boldsymbol{n}\|}$

典例解析

例1. 如图，在棱长为1的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E为线段A_1B_1的中点，F为线段AB的中点.

(1) 求点B到直线AC_1的距离；

(2) 求直线FC到平面AEC_1的距离.



典例解析

例1. 如图，在棱长为1的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，

E为线段A_1B_1的中点，F为线段AB的中点.

(1) 求点B到直线AC的距离；

(2) 求直线FC到平面AEC_1的距离.z

分析： 根据条件建立空间直角坐标系，用坐标表示相关的点、直线的方向向量和平面的法向量，再利用有关公式，通过坐标运算得出相应的距离.