2023年高考数学模拟试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角 条形码粘贴处 。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

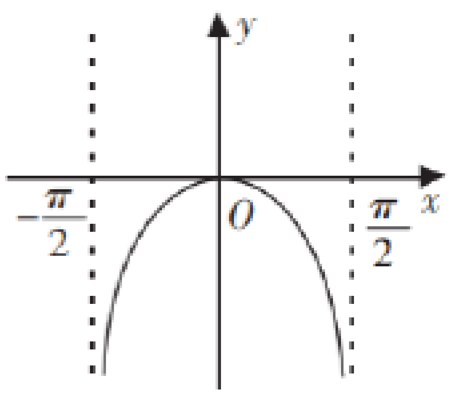
1．设正项等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_2=3$，$a_3+a_4=12$，则公比$q=$（　　）

A．±4　B．4　C．±2　D．2

2．已知函数f（x）＝sin2x+sin2（x$+\frac{\pi}{3}$），则f（x）的最小值为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　B．$\frac{1}{4}$　C．$\frac{\sqrt{3}}{4}$　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

3．函数$y=f(x)$在区间$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$上的大致图象如图所示，则$f(x)$可能是（　　）



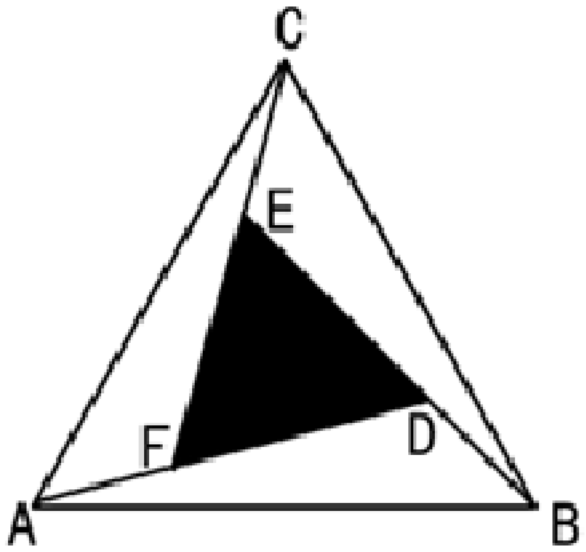
A．$f(x)=\ln|\sin x|$

B．$f(x)=\ln(\cos x)$

C．$f(x)=-\sin|\tan x|$

D．$f(x)=-\tan|\cos x|$

4．赵爽是我国古代数学家、天文学家，大约在公元222年，赵爽为《周髀算经》一书作序时，介绍了“勾股圆方图”，亦称“赵爽弦图”（以弦为边长得到的正方形是由4个全等的直角三角形再加上中间的一个小正方形组成的）.类比“赵爽弦图”.可类似地构造如下图所示的图形，它是由3个全等的三角形与中间的一个小等边三角形拼成一个大等边三角形.设$DF=2AF=2$，若在大等边三角形中随机取一点，则此点取自小等边三角形（阴影部分）的概率是（　）



A．$\frac{4}{13}$ B．$\frac{2\sqrt{13}}{13}$ C．$\frac{9}{26}$ D．$\frac{3\sqrt{13}}{26}$

5．在平面直角坐标系中，若不等式组$\begin{cases} x-4y+4\le 0 \\ 2x+y-10\le 0 \\ 5x-2y+2\ge 0 \end{cases}$所表示的平面区域内存在点$(x_0, y_0)$，使不等式$x_0+my_0+1\le 0$成立，则实数$m$的取值范围为（　　）

A．$(-\infty,-\frac{5}{2}]$ B．$(-\infty,-\frac{1}{2}]$ C．$[4,+\infty)$ D．$(-\infty,-4]$

6．已知幂函数$f(x)=x^{\alpha}$的图象过点$(3,5)$，且$a=\left(\frac{1}{e}\right)^{\alpha}$，$b=\sqrt[3]{\alpha}$，$c=\log_{\alpha}\frac{1}{4}$，则$a$，$b$，$c$的大小关系为（　　）

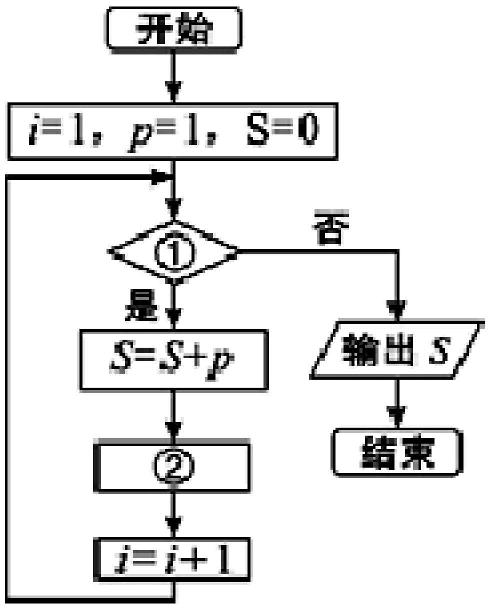
A．$c<a<b$ B．$a<c<b$ C．$a<b<c$ D．$c<b<a$

7．公元前5世纪，古希腊哲学家芝诺发表了著名的阿基里斯悖论：他提出让乌龟在跑步英雄阿基里斯前面1000米处开始与阿基里斯赛跑，并且假定阿基里斯的速度是乌龟的10倍.当比赛开始后，若阿基里斯跑了1000米，此时乌龟便领先他100米，当阿基里斯跑完下一个100米时，乌龟先他10米，当阿基里斯跑完下-个10米时，乌龟先他1米....所以，阿基里斯永远追不上乌龟.按照这样的规律，若阿基里斯和乌龟的距离恰好为0.1米时，乌龟爬行的总距离为（　　）

A．$\frac{10^5-1}{900}$米 B．$\frac{10^5-9}{90}$米

C．$\frac{10^4-9}{900}$米 D．$\frac{10^4-1}{90}$米

8．给出50个数 1，2，4，7，11，$\cdots$，其规律是：第1个数是1，第2个数比第1个数大 1，第3个数比第2个数大2，第4个数比第3个数大3，以此类推，要计算这50个数的和．现已给出了该问题算法的程序框图如图，请在图中判断框中的①处和执行框中的②处填上合适的语句，使之能完成该题算法功能(　　)



A．$i\le 50$；$p=p+i$ B．$i<50$；$p=p+i$

C．$i\le 50$；$p=p+1$ D．$i<50$；$p=p+1$

9．在$(1-x)^5+(1-x)^6+(1-x)^7+(1-x)^8$的展开式中，含$x^3$的项的系数是（　　）

A．74　B．121　C．-74 D．-121

10．在复平面内，复数$\dfrac{1+i}{(1-i)^2}$对应的点位于（　　）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

11．集合$\left\{x\in N^*\mid \dfrac{12}{x}\in Z\right\}$中含有的元素个数为（ ）

A．4　B．6　C．8　D．12

12．已知正项数列$\{a_n\},\{b_n\}$满足：$\begin{cases} a_{n+1}=a_n+10b_n \\ b_{n+1}=a_n+b_n \end{cases}$，设$c_n=\dfrac{a_n}{b_n}$，当$c_3+c_4$最小时，$c_5$的值为(　　)

A．2　B．$\dfrac{14}{5}$　C．3　D．4

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，$a_1=9$，$\dfrac{S_9}{9}-\dfrac{S_5}{5}=-4$，则$a_n=$_______.

14．已知一个圆锥的底面积和侧面积分别为9π和15π，则该圆锥的体积为________

15．已知函数$y=f(x+1)-2$为奇函数，$g(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$，且$f(x)$与$g(x)$图象的交点为(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，…，(x_6,y_6)，则$x_1+x_2+\cdots+x_6+y_1+y_2+\cdots+y_6=$______.

16．已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点为$F(-\sqrt{3},0)$，$A$、$B$为双曲线上关于原点对称的两点，$AF$的中点

为H，BF的中点为K，HK的中点为G，若$|HK|=2|OG|$，且直线AB的斜率为$\frac{\sqrt{2}}{4}$，则$|AB|=$__________，双曲线的离心率为__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）网络看病就是国内或者国外的单个人、多个人或者单位通过国际互联网或者其他局域网对自我、他人或者某种生物的生理疾病或者机器故障进行查找询问、诊断治疗、检查修复的一种新兴的看病方式.因此，实地看病与网络看病便成为现在人们的两种看病方式，最近某信息机构调研了患者对网络看病，实地看病的满意程度，在每种看病方式的患者中各随机抽取 15 名，将他们分成两组，每组 15 人，分别对网络看病，实地看病两种方式进行满意度测评，根据患者的评分（满分 100 分）绘制了如图所示的茎叶图：

网络看病		实地看病
1 1 2 3 5 6	6	
2 3 3 4	7	2 4 5 8 9
2 5 5 8	8	3 6 7 7 8 8
2	9	4 6 8 8

（1）根据茎叶图判断患者对于网络看病、实地看病那种方式的满意度更高？并说明理由；

（2）若将大于等于 80 分视为“满意”，根据茎叶图填写下面的列联表：

	满意	不满意	总计
网络看病			
实地看病			
总计			

并根据列联表判断能否有90%的把握认为患者看病满意度与看病方式有关？

（3）从网络看病的评价“满意”的人中随机抽取 2 人，求这 2 人平分都低于 90 分的概率.

附$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\ge k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

18.（12 分）已知直线$y=x-1$是曲线$f(x)=a\ln x$的切线.

（1）求函数$f(x)$的解析式，

（2）若$t\le 3-4\ln 2$，证明:对于任意$m>0$，$h(x)=mx-\sqrt{x}+f(x)+t$有且仅有一个零点.

19.（12 分）小丽在同一城市开的 2 家店铺各有 2 名员工.节假日期间的某一天，每名员工休假的概率都是 $\frac{1}{2}$，且是否休假互不影响，若一家店铺的员工全部休假，而另一家无人休假，则调剂 1 人到该店维持营业，否则该店就停业.

（1）求发生调剂现象的概率；

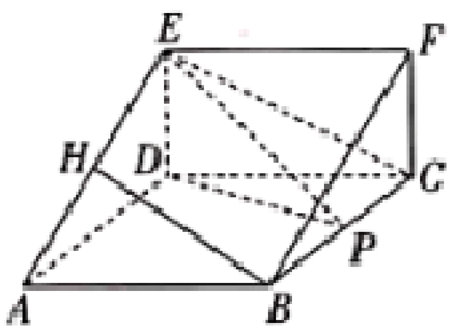
（2）设营业店铺数为 X，求 X 的分布列和数学期望.

20.（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右准线方程为 x＝2，且两焦点与短轴的一个顶点构成等腰直角三角形.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）假设直线 l：$y=kx+m$与椭圆 C 交于 A，B 两点．①若 A 为椭圆的上顶点，M 为线段 AB 中点，连接 OM 并延长交椭圆 C 于 N，并且$\overrightarrow{ON}=\frac{\sqrt{6}}{2}\overrightarrow{OM}$，求 OB 的长；②若原点 O 到直线 l 的距离为 1，并且$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\lambda$，当$\frac{4}{5}\le\lambda\le\frac{5}{6}$时，求△ OAB 的面积 S 的范围.

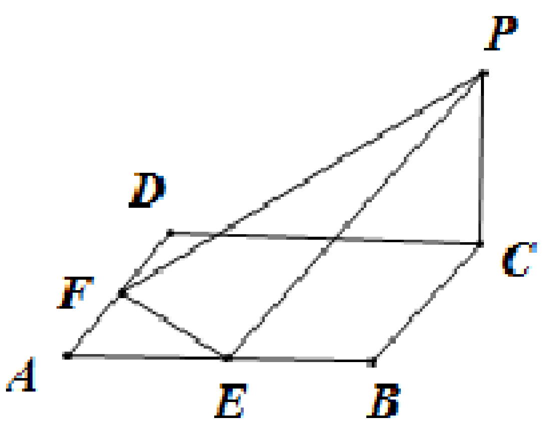
21.（12 分）如图，在三棱柱 $ADE-BCF$ 中，$ABCD$ 是边长为 2 的菱形，且 $\angle BAD=60°$，$CDEF$ 是矩形，$ED=1$，且平面 $CDEF\perp$ 平面 $ABCD$，P 点在线段 BC 上移动（P 不与 C 重合），H 是 AE 的中点.



（1）当四面体 $EDPC$ 的外接球的表面积为 5π 时，证明：$HB//$.平面 EDP

（2）当四面体 $EDPC$ 的体积最大时，求平面 HDP 与平面 EPC 所成锐二面角的余弦值.

22.（10 分）如图，正方形 $ABCD$ 所在平面外一点满足 $PE=PF$，其中 E、F 分别是 AB 与 AD 的中点.



（1）求证：$EF\perp PC$；

（2）若 $AB=4,\ \ PE=PF=2\sqrt{6}$，且二面角 $P-EF-C$ 的平面角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{11}}{11}$，求 BC 与平面 PEF 所成角的正弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

由 $S_2=3$ 得 $a_1+a_2=3$，又 $a_3+a_4=(a_1+a_2)q^2=12$，两式相除即可解出 q.

【详解】

解：由 $S_2=3$ 得 $a_1+a_2=3$，

又 $a_3+a_4=(a_1+a_2)q^2=12$，

$\therefore q^2=4$，$\therefore q=-2$，或 $q=2$，

又正项等比数列 $\{a_n\}$ 得 $q>0$，

$\therefore q=2$，

故选：D.

【点睛】

本题主要考查等比数列的性质的应用，属于基础题.

2、A

【解析】

先通过降幂公式和辅助角法将函数转化为 $f(x)=1-\frac{1}{2}\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，再求最值.

【详解】

已知函数 f（x）＝sin2x+sin2（x $+\frac{\pi}{3}$），

$=\frac{1-\cos 2x}{2}+\frac{1-\cos\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)}{2}$，

$=1-\frac{1}{2}\left(\frac{\cos 2x}{2}-\frac{\sqrt{3}\sin 2x}{2}\right)=1-\frac{1}{2}\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，

因为 $\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\in[-1,1]$，

所以 f（x）的最小值为 $\frac{1}{2}$.

故选：A

【点睛】

本题主要考查倍角公式及两角和与差的三角函数的逆用，还考查了运算求解的能力，属于中档题.

3、B

【解析】

根据特殊值及函数的单调性判断即可；

【详解】

解：当$x=0$时，$\sin 0=0$，$\ln|\sin 0|$无意义，故排除A；

又$\cos 0=1$，则$f(0)=-\tan|\cos 0|=-\tan 1\neq 0$，故排除D；

对于C，当$x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$时，$|\tan x|>0$，所以$f(x)=-\sin|\tan x|$不单调，故排除C；

故选：B

【点睛】

本题考查根据函数图象选择函数解析式，这类问题利用特殊值与排除法是最佳选择，属于基础题.

4、A

【解析】

根据几何概率计算公式，求出中间小三角形区域的面积与大三角形面积的比值即可.

【详解】

在ΔABD中，$AD=3$，$BD=1$，$\angle ADB=120°$，由余弦定理，得$AB=\sqrt{AD^2+BD^2-2AD\cdot BD\cos 120°}=\sqrt{13}$，

所以$\dfrac{DF}{AB}=\dfrac{2}{\sqrt{13}}$.

所以所求概率为$\dfrac{S_{\Delta DEF}}{S_{\Delta ABC}}=\left(\dfrac{2}{\sqrt{13}}\right)^2=\dfrac{4}{13}$.

故选A.

【点睛】

本题考查了几何概型的概率计算问题，是基础题.

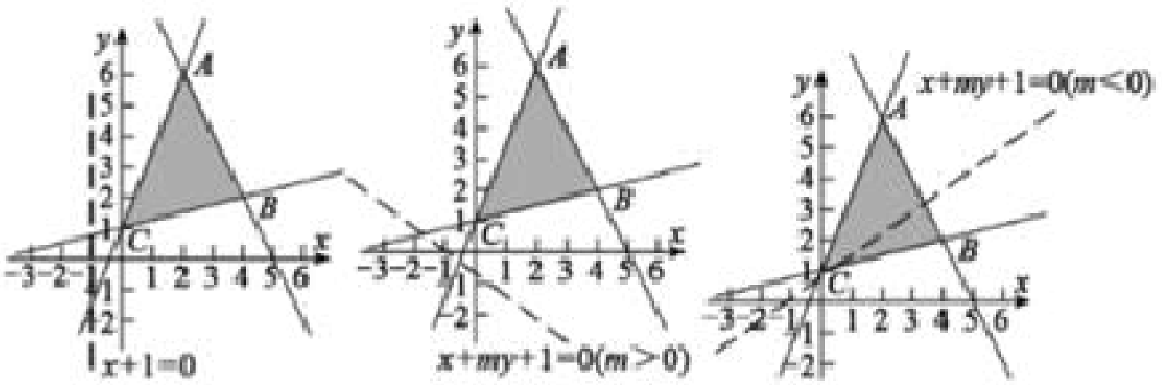
5、B

【解析】

依据线性约束条件画出可行域，目标函数$x_0+my_0+1\leq 0$恒过$D(-1,0)$，再分别讨论m的正负进一步确定目标函数与可行域的基本关系，即可求解

【详解】

作出不等式对应的平面区域，如图所示：



其中 $A(2,6)$，直线 $x+my+1=0$ 过定点 $D(-1,0)$，

当 $m=0$ 时，不等式 $x+1\le 0$ 表示直线 $x+1=0$ 及其左边的区域，不满足题意；

当 $m>0$ 时，直线 $x+my+1=0$ 的斜率 $-\frac{1}{m}<0$，

不等式 $x+my+1\le 0$ 表示直线 $x+my+1=0$ 下方的区域，不满足题意；

当 $m<0$ 时，直线 $x+my+1=0$ 的斜率 $-\frac{1}{m}>0$，

不等式 $x+my+1\le 0$ 表示直线 $x+my+1=0$ 上方的区域，

要使不等式组所表示的平面区域内存在点 (x_0, y_0)，

使不等式 $x_0+my_0+1\le 0$ 成立，只需直线 $x+my+1=0$ 的斜率 $-\frac{1}{m}\le k_{AD}=2$，解得 $m\le -\frac{1}{2}$.

综上可得实数 m 的取值范围为 $(-\infty,-\frac{1}{2}]$，

故选：B.

【点睛】

本题考查由目标函数有解求解参数取值范围问题，分类讨论与数形结合思想，属于中档题

6、A

【解析】

根据题意求得参数 α，根据对数的运算性质，以及对数函数的单调性即可判断.

【详解】

依题意，得 $3^\alpha=5$，故 $\alpha=\log_3 5\in(1,2)$，

故 $0<a=\left(\frac{1}{e}\right)^{\log_3 5}<1$，$b=\sqrt[3]{\log_3 5}>1$，$c=\log_{\log_3 5}\frac{1}{4}<0$，

则 $c<a<b$.

故选：A.

【点睛】

本题考查利用指数函数和对数函数的单调性比较大小，考查推理论证能力，属基础题.

7、D

【解析】

根据题意，是一个等比数列模型，设 $= \quad = — \quad =$ ，由 $= \quad = \quad \times\left(—\right)^{-}$ ，解得 $n=4$，再求和.

【详解】

根据题意，这是一个等比数列模型，设 $= \quad = \frac{}{} \quad =$ ，

所以 $= \quad = \quad \times \left(\frac{}{}\right)^{-}$ ，

解得 $n=4$，

所以 $= \frac{(\ -\ )}{-} = \frac{\left(\ -\left(\frac{}{}\right)\right)}{-\frac{}{}} = \frac{-}{}$.

故选：D

【点睛】

本题主要考查等比数列的实际应用，还考查了建模解模的能力，属于中档题.

8、A

【解析】

要计算这 50 个数的和，这就需要循环 50 次，这样可以确定判断语句①，根据累加最的变化规律可以确定语句②.

【详解】

因为计算这 50 个数的和，循环变量 i 的初值为 1，所以步长应该为 1，故判断语句①应为 $i=i+1$，第 1 个数是 1，第 2 个数比第 1 个数大 1，第 3 个数比第 2 个数大 2，第 4 个数比第 3 个数大 3，这样可以确定语句②为 $p=p+i$，故本题选 A.

【点睛】

本题考查了补充循环结构，正确读懂题意是解本题的关键.

9、D

【解析】

根据 $(1-x)^5+(1-x)^6+(1-x)^7+(1-x)^8$，利用通项公式得到含 x^3 的项为： $+ \quad + \quad + \quad (\ -\ )$ ，进而得到其系数，

【详解】

因为在 $(1-x)^5+(1-x)^6+(1-x)^7+(1-x)^8$，

所以含 x^3 的项为： $+ \quad + \quad + \quad (\ -\ )$ ，

所以含 x^3 的项的系数是的系数是 $- \quad + \quad + \quad +$ ，

$= -\left(\quad + \quad + \quad + \quad \right) = -$ ，

故选：D

【点睛】

本题主要考查二项展开式及通项公式和项的系数，还考查了运算求解的能力，属于基础题，

10、B

【解析】

化简复数为$a+bi$的形式，然后判断复数的对应点所在象限，即可求得答案.

【详解】

$\because \dfrac{1+i}{(1-i)^2}=\dfrac{1+i}{-2i}=\dfrac{(1+i)i}{-2i\cdot i}$

$=\dfrac{-1+i}{2}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$

$\therefore$对应的点的坐标为$\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$在第二象限

故选：B.

【点睛】

本题主要考查了复数代数形式的乘除运算，考查了复数的代数表示法及其几何意义，属于基础题.

11、B

【解析】

解：因为$\left\{x\in N^*\mid\dfrac{12}{x}\in Z\right\}$集合中的元素表示的是被 12 整除的正整数，那么可得为 1，2,3,4，6，,12 故选 B

12、B

【解析】

由$\begin{cases}a_{n+1}=a_n+10b_n\\ b_{n+1}=a_n+b_n\end{cases}$得$\dfrac{a_{n+1}}{b_{n+1}}=1+\dfrac{9}{\dfrac{a_n}{b_n}+1}$，即$c_{n+1}=1+\dfrac{9}{c_n+1}$，所以得$c_3+c_4=c_3+1+\dfrac{9}{c_3+1}$，利用基本不等式求出最小值，得到$c_3=2$，再由递推公式求出$c_5$.

【详解】

由$\begin{cases}a_{n+1}=a_n+10b_n\\ b_{n+1}=a_n+b_n\end{cases}$得$\dfrac{a_{n+1}}{b_{n+1}}=\dfrac{a_n+10b_n}{a_n+b_n}=\dfrac{\dfrac{a_n}{b_n}+10}{\dfrac{a_n}{b_n}+1}=1+\dfrac{9}{\dfrac{a_n}{b_n}+1}$，

即$c_{n+1}=1+\dfrac{9}{c_n+1}$，

$\therefore c_3+c_4=c_3+1+\dfrac{9}{c_3+1}\geq 6$，当且仅当$c_3=2$时取得最小值，

此时$c_4=1+\dfrac{9}{c_3+1}=4$，$c_5=1+\dfrac{9}{c_4+1}=\dfrac{14}{5}$.

故选：B

【点睛】

本题主要考查了数列中的最值问题，递推公式的应用，基本不等式求最值，考查了学生的运算求解能力.