

# 2024 年北京市中考数学试卷

一、选择题（此题共 32 分，每题 4 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个符合题意的。

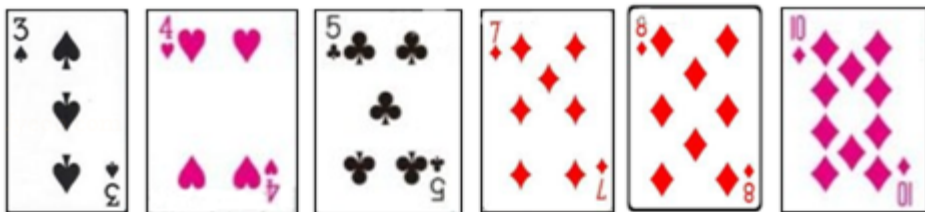
1. (4 分) (2024•北京) 2 的相反数是 ( )

- A. 2                                      B. -2                                      C.  $-\frac{1}{2}$                                       D.  $\frac{1}{2}$

2. (4 分) (2024•北京) 据报道，某小区居民李先生改良用水设备，在十年内帮助他居住小区的居民累计节水 300 000 吨。将 300 000 用科学记数法表示应为 ( )

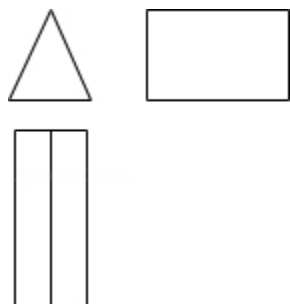
- A.  $0.3 \times 10^6$                                       B.  $3 \times 10^5$                                       C.  $3 \times 10^6$                                       D.  $30 \times 10^4$

3. (4 分) (2024•北京) 如图，有 6 张扑克牌，从中随机抽取一张，点数为偶数的概率是 ( )



- A.  $\frac{1}{6}$                                       B.  $\frac{1}{4}$                                       C.  $\frac{1}{3}$                                       D.  $\frac{1}{2}$

4. (4 分) (2024•北京) 如图是几何体的三视图，该几何体是 ( )



- A. 圆锥                                      B. 圆柱                                      C. 正三棱柱                                      D. 正三棱锥

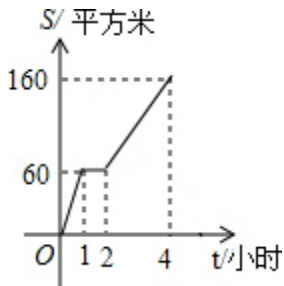
5. (4 分) (2024•北京) 某篮球队 12 名队员的年龄如表：

年龄 (岁)	18	19	20	21
人数	5	4	1	2

那么这 12 名队员年龄的众数和平均数分别是 ( )

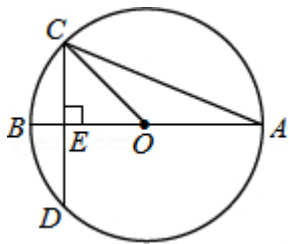
- A. 18, 19                                      B. 19, 19                                      C. 18, 19.5                                      D. 19, 19.5

6. (4 分) (2024•北京) 园林队在某公园进行绿化，中间休息了一段时间。绿化面积  $S$  (单位：平方米) 与工作时间  $t$  (单位：小时) 的函数关系的图象如图，那么休息后园林队每小时绿化面积为 ( )



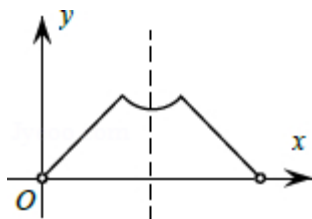
- A. 40 平方米                                      B. 50 平方米                                      C. 80 平方米                                      D. 100 平方米

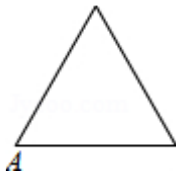


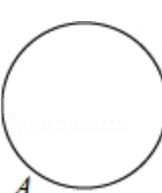
7. (4分) (2024•北京) 如图, 圆  $O$  的直径  $AB$  垂直于弦  $CD$ , 垂足是  $E$ ,  $\angle A=22.5^\circ$ ,  $OC=4$ ,  $CD$  的长为 ( )



- A.  $2\sqrt{2}$       B. 4      C.  $4\sqrt{2}$       D. 8

8. (4分) (2024•北京) 点  $A$  为某封闭图形边界上一定点, 动点  $P$  从点  $A$  出发, 沿其边界顺时针匀速运动一周. 设点  $P$  运动的时间为  $x$ , 线段  $AP$  的长为  $y$ . 表示  $y$  与  $x$  的函数关系的图象大致如图, 那么该封闭图形可能是 ( )



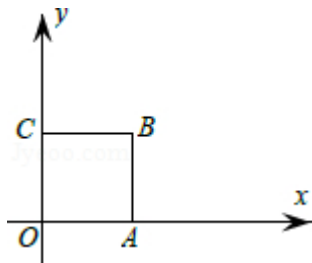
- A.       B.       C.       D. 

## 二、填空题 (此题共 16 分, 每题 4 分)

9. (4分) (2024•北京) 分解因式:  $ax^4 - 9ay^2 =$  \_\_\_\_\_.

10. (4分) (2024•北京) 在某一时刻, 测得一根高为 1.8m 的竹竿的影长为 3m, 同时测得一根旗杆的影长为 25m, 那么这根旗杆的高度为 \_\_\_\_\_ m.

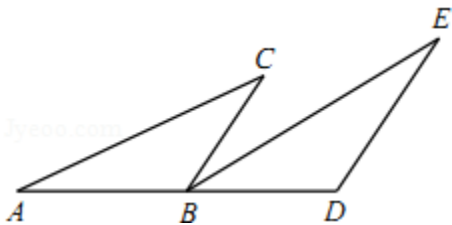
11. (4分) (2024•北京) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 正方形  $OABC$  的边长为 2. 写出一个函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ), 使它的图象与正方形  $OABC$  有公共点, 这个函数的表达式为 \_\_\_\_\_.



12. (4分) (2024•北京) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于点  $P(x, y)$ , 我们把点  $P(-y+1, x+1)$  叫做点  $P$  的伴随点. 点  $A_1$  的伴随点为  $A_2$ , 点  $A_2$  的伴随点为  $A_3$ , 点  $A_3$  的伴随点为  $A_4$ , ..., 这样依次得到点  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$ . 假设点  $A_1$  的坐标为  $(3, 1)$ , 那么点  $A_3$  的坐标为 \_\_\_\_\_, 点  $A_{2024}$  的坐标为 \_\_\_\_\_; 假设点  $A_1$  的坐标为  $(a, b)$ , 对于任意的正整数  $n$ , 点  $A_n$  均在  $x$  轴上方, 那么  $a, b$  应满足的条件为 \_\_\_\_\_.

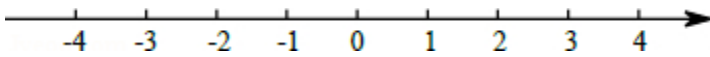
## 三、解答题 (此题共 30 分, 每题 5 分)

13. (5分) (2024•北京) 如图, 点  $B$  在线段  $AD$  上,  $BC \parallel DE$ ,  $AB = ED$ ,  $BC = DB$ . 求证:  $\angle A = \angle E$ .



14. (5分) (2024•北京) 计算:  $(6-\pi)^0 + (-\frac{1}{5})^{-1} - 3\tan 30^\circ + |\sqrt{3}|$

15. (5分) (2024•北京) 解不等式  $\frac{1}{2}x - 1 \leq \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$ , 并把它的解集在数轴上表示出来.



16. (5分) (2024•北京)  $x - y = \sqrt{3}$ , 求代数式  $(x+1)^2 - 2x + y(y - 2x)$  的值.

17. (5分) (2024•北京) 关于  $x$  的方程  $mx^2 - (m+2)x + 2 = 0$  ( $m \neq 0$ ).

(1) 求证: 方程总有两个实数根;

(2) 假设方程的两个实数根都是整数, 求正整数  $m$  的值.

18. (5分) (2024•北京) 列方程或方程组解应用题:

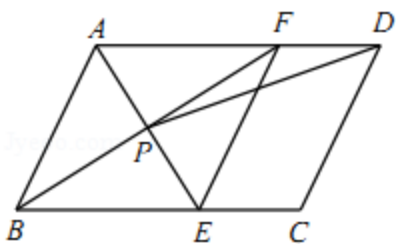
小马自驾私家车从 A 地到 B 地, 驾驶原来的燃油汽车所需油费 108 元, 驾驶新购置的纯电动车所需电费 27 元, 每行驶 1 千米, 原来的燃油汽车所需的油费比新购置的纯电动汽车所需的电费多 0.54 元, 求新购置的纯电动汽车每行驶 1 千米所需的电费.

#### 四、解答题 (此题共 20 分, 每题 5 分)

19. (5分) (2024•北京) 如图, 在  $\square ABCD$  中, AE 平分  $\angle BAD$ , 交 BC 于点 E, BF 平分  $\angle ABC$ , 交 AD 于点 F, AE 与 BF 交于点 P, 连接 EF, PD.

(1) 求证: 四边形 ABEF 是菱形;

(2) 假设  $AB=4$ ,  $AD=6$ ,  $\angle ABC=60^\circ$ , 求  $\tan \angle ADP$  的值.



20. (5分) (2024•北京) 根据某研究院公布的 2024~2024 年我国成年国民阅读调查报告的局部相关数据, 绘制的统计图表如下:

2024~2024 年成年国民 年人均阅读图书数量统计表	
年份	年人均阅读图书数量 (本)
2024	3.88
2024	4.12
2024	4.35
2024	4.56
2024	4.78

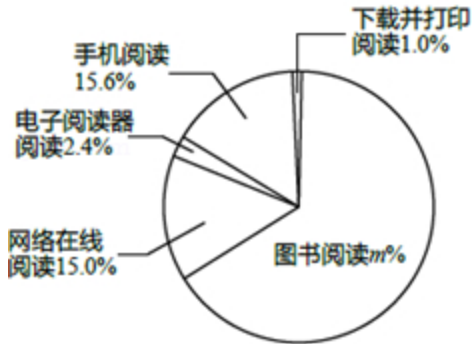
根据以上信息解答以下问题:

(1) 直接写出扇形统计图中  $m$  的值；

(2) 从 2024 到 2024 年，成年国民人均阅读图书的数量每年增长的幅度近似相等，估算 2024 年成年国民人均阅读图书的数量约为\_\_\_\_\_本；

(3) 2024 年某小区倾向图书阅读的成年国民有 990 人，假设该小区 2024 年与 2024 年成年国民的人数根本持平，估算 2024 年该小区成年国民阅读图书的总数量约为\_\_\_\_\_本。

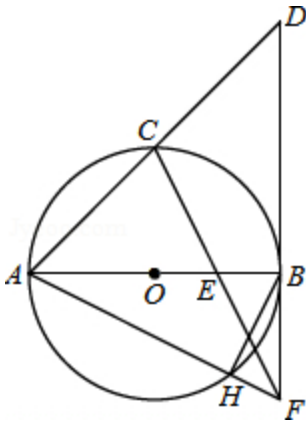
2013 年成年国民  
倾向的阅读方式人数分布统计图



21. (5 分) (2024•北京) 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $C$  是  $\widehat{AB}$  的中点， $\odot O$  的切线  $BD$  交  $AC$  的延长线于点  $D$ ， $E$  是  $OB$  的中点， $CE$  的延长线交切线  $BD$  于点  $F$ ， $AF$  交  $\odot O$  于点  $H$ ，连接  $BH$ 。

(1) 求证： $AC=CD$ ；

(2) 假设  $OB=2$ ，求  $BH$  的长。



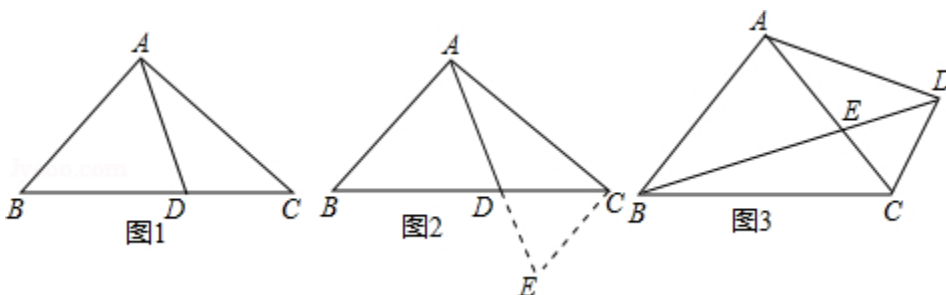
22. (5 分) (2024•北京) 阅读下面材料：小腾遇到这样一个问题：如图 1，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$  在线段  $BC$  上， $\angle BAD=75^\circ$ ， $\angle CAD=30^\circ$ ， $AD=2$ ， $BD=2DC$ ，求  $AC$  的长。

小腾发现，过点  $C$  作  $CE \parallel AB$ ，交  $AD$  的延长线于点  $E$ ，通过构造  $\triangle ACE$ ，经过推理和计算能够使问题得到解决（如图 2）。

请答复： $\angle ACE$  的度数为\_\_\_\_\_， $AC$  的长为\_\_\_\_\_。

参考小腾思考问题的方法，解决问题：

如图 3，在四边形  $ABCD$  中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $\angle CAD=30^\circ$ ， $\angle ADC=75^\circ$ ， $AC$  与  $BD$  交于点  $E$ ， $AE=2$ ， $BE=2ED$ ，求  $BC$  的长。

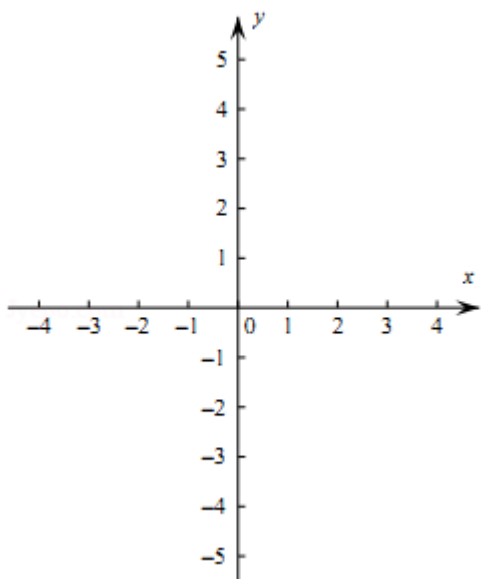


五、解答题（此题共 22 分，第 23 题 7 分，第 24 题 7 分，第 25 题 8 分）

23. (7分) (2024•北京) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y=2x^2+mx+n$  经过点  $A(0, -2)$ ,  $B(3, 4)$ .

(1) 求抛物线的表达式及对称轴;

(2) 设点  $B$  关于原点的对称点为  $C$ , 点  $D$  是抛物线对称轴上一动点, 记抛物线在  $A, B$  之间的局部为图象  $G$  (包含  $A, B$  两点). 假设直线  $CD$  与图象  $G$  有公共点, 结合函数图象, 求点  $D$  纵坐标  $t$  的取值范围.



24. (7分) (2024•北京) 在正方形  $ABCD$  外侧作直线  $AP$ , 点  $B$  关于直线  $AP$  的对称点为  $E$ , 连接  $BE, DE$ , 其中  $DE$  交直线  $AP$  于点  $F$ .

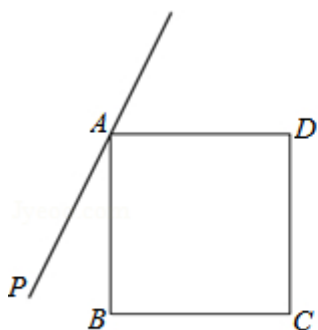


图1

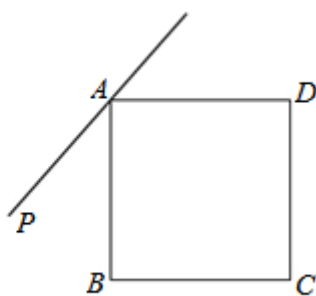


图2

(1) 依题意补全图1;

(2) 假设  $\angle PAB=20^\circ$ , 求  $\angle ADF$  的度数;

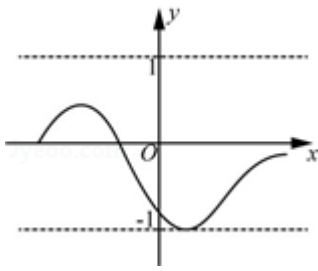
(3) 如图2, 假设  $45^\circ < \angle PAB < 90^\circ$ , 用等式表示线段  $AB, FE, FD$  之间的数量关系, 并证明.

25. (8分) (2024•北京) 对某一个函数给出如下定义: 假设存在实数  $M > 0$ , 对于任意的函数值  $y$ , 都满足  $-M < y \leq M$ , 那么称这个函数是有界函数, 在所有满足条件的  $M$  中, 其最小值称为这个函数的边界值. 例如, 如图中的函数是有界函数, 其边界值是1.

(1) 分别判断函数  $y = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) 和  $y = x + 1$  ( $-4 \leq x \leq 2$ ) 是不是有界函数? 假设是有界函数, 求其边界值;

(2) 假设函数  $y = -x + 1$  ( $a \leq x \leq b, b > a$ ) 的边界值是2, 且这个函数的最大值也是2, 求  $b$  的取值范围;

(3) 将函数  $y = x^2$  ( $-1 \leq x \leq m, m \geq 0$ ) 的图象向下平移  $m$  个单位, 得到的函数的边界值是  $t$ , 当  $m$  在什么范围时, 满足  $\frac{3}{4} \leq t \leq 1$ ?



2024年北京市中考数学试卷  
参考答案与试题解析

一、选择题（此题共32分，每题4分）下面各题均有四个选项，其中只有一个符合题意的。

1.（4分）（2024•北京）2的相反数是（ ）

- A. 2                      B. -2                      C.  $-\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{1}{2}$

考点：相反数.

分析：根据相反数的概念作答即可.

解答：解：根据相反数的定义可知：2的相反数是-2.

应选：B.

点评：此题主要考查相反数的定义：只有符号相反的两个数互为相反数. 0的相反数是其本身.

2.（4分）（2024•北京）据报道，某小区居民李先生改良用水设备，在十年内帮助他居住小区的居民累计节水300000吨. 将300000用科学记数法表示应为（ ）

- A.  $0.3 \times 10^6$                       B.  $3 \times 10^5$                       C.  $3 \times 10^6$                       D.  $30 \times 10^4$

考点：科学记数法—表示较大的数.

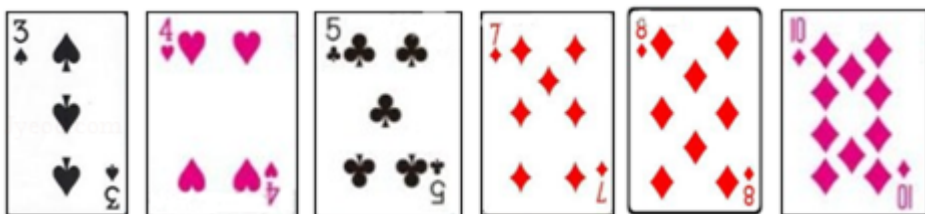
分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n为整数. 确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 $>1$ 时，n是正数；当原数的绝对值 $<1$ 时，n是负数.

解答：解： $300\ 000 = 3 \times 10^5$ ,

应选：B.

点评：此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值.

3.（4分）（2024•北京）如图，有6张扑克牌，从中随机抽取一张，点数为偶数的概率是（ ）



- A.  $\frac{1}{6}$                       B.  $\frac{1}{4}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{1}{2}$

考点：概率公式.

分析：由有6张扑克牌，从中随机抽取一张，点数为偶数的有3种情况，直接利用概率公式求解即可求得答案.

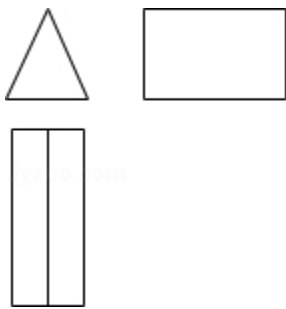
解答：解： $\because$ 有6张扑克牌，从中随机抽取一张，点数为偶数的有3种情况，

$\therefore$ 从中随机抽取一张，点数为偶数的概率是： $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ .

应选D.

点评：此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

4.（4分）（2024•北京）如图是几何体的三视图，该几何体是（ ）



- A. 圆锥                      B. 圆柱                      C. 正三棱柱                      D. 正三棱锥

**考点：** 由三视图判断几何体.

**分析：** 如图：该几何体的俯视图与左视图均为矩形，主视图为三角形，易得出该几何体的形状.

**解答：** 解：该几何体的左视图为矩形，俯视图亦为矩形，主视图是一个三角形，那么可得出该几何体为三棱柱.

应选 C.

**点评：** 此题是个简单题，主要考查的是三视图的相关知识，解得此题时要有丰富的空间想象力.

5. (4分) (2024•北京) 某篮球队 12 名队员的年龄如表：

年龄(岁)	18	19	20	21
人数	5	4	1	2

那么这 12 名队员年龄的众数和平均数分别是 (     )

- A. 18, 19                      B. 19, 19                      C. 18, 19.5                      D. 19, 19.5

**考点：** 众数；加权平均数.

**分析：** 根据众数及平均数的概念求解.

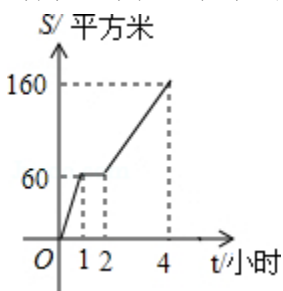
**解答：** 解：年龄为 18 岁的队员人数最多，众数是 18；

$$\text{平均数} = \frac{18 \times 5 + 19 \times 4 + 20 \times 1 + 21 \times 2}{12} = 19.$$

应选 A.

**点评：** 此题考查了众数及平均数的知识，掌握众数及平均数的定义是解题关键.

6. (4分) (2024•北京) 园林队在某公园进行绿化，中间休息了一段时间. 绿化面积  $S$  (单位：平方米) 与工作时间  $t$  (单位：小时) 的函数关系的图象如图，那么休息后园林队每小时绿化面积为 (     )



- A. 40 平方米                      B. 50 平方米                      C. 80 平方米                      D. 100 平方米

**考点：** 函数的图象.

**分析：** 根据图象可得，休息后园林队 2 小时绿化面积为  $160 - 60 = 100$  平方米，然后可得绿化速度.

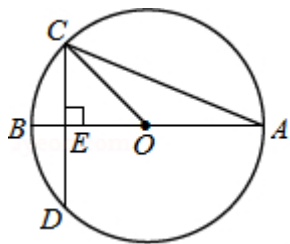
**解答：** 解：根据图象可得，休息后园林队 2 小时绿化面积为  $160 - 60 = 100$  平方米，每小时绿化面积为  $100 \div 2 = 50$  (平方米).

应选：B.

**点评：** 此题主要考查了函数图象，关键是正确理解题意，从图象中找出正确信息.



7. (4分) (2024•北京) 如图, 圆 O 的直径 AB 垂直于弦 CD, 垂足是 E,  $\angle A=22.5^\circ$ ,  $OC=4$ , CD 的长为 ( )



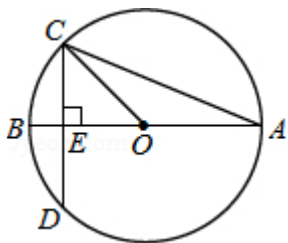
- A.  $2\sqrt{2}$                       B. 4                      C.  $4\sqrt{2}$                       D. 8

**考点:** 垂径定理; 等腰直角三角形; 圆周角定理.

**分析:** 根据圆周角定理得  $\angle BOC=2\angle A=45^\circ$ , 由于圆 O 的直径 AB 垂直于弦 CD, 根据垂径定理得  $CE=DE$ , 且可判断  $\triangle OCE$  为等腰直角三角形, 所以  $CE=\frac{\sqrt{2}}{2}OC=2\sqrt{2}$ ,

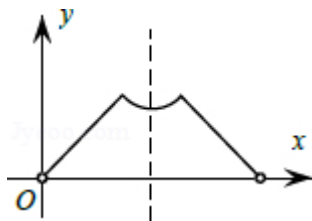
然后利用  $CD=2CE$  进行计算.

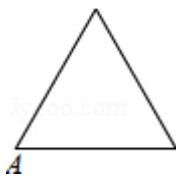
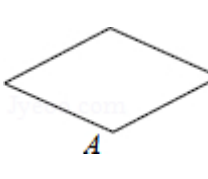

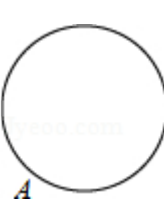
**解答:** 解:  $\because \angle A=22.5^\circ$ ,  
 $\therefore \angle BOC=2\angle A=45^\circ$ ,  
 $\because$  圆 O 的直径 AB 垂直于弦 CD,  
 $\therefore CE=DE$ ,  $\triangle OCE$  为等腰直角三角形,  
 $\therefore CE=\frac{\sqrt{2}}{2}OC=2\sqrt{2}$ ,  
 $\therefore CD=2CE=4\sqrt{2}$ .  
 故选 C.



**点评:** 此题考查了圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半. 也考查了等腰直角三角形的性质和垂径定理.

8. (4分) (2024•北京) 点 A 为某封闭图形边界上一定点, 动点 P 从点 A 出发, 沿其边界顺时针匀速运动一周. 设点 P 运动的时间为 x, 线段 AP 的长为 y. 表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如图, 那么该封闭图形可能是 ( )



- A.                       B.                       C.                       D. 

**考点:** 动点问题的函数图象.

**分析:** 根据等边三角形, 菱形, 正方形, 圆的性质, 分析得到 y 随 x 的增大的变化关系, 然后选择答案即可.

**解答:** 解: A、等边三角形, 点 P 在开始与结束的两边上直线变化, 在点 A 的对边上时, 设等边三角形的边长为 a,

那么  $y = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2 + \left(\frac{3}{2}a - x\right)^2}$  ( $a < x < 2a$ )，符合题干图象；

B、菱形，点 P 在开始与结束的两边上直线变化，

在另两边上时，都是先变速减小，再变速增加，题干图象不符合；

C、正方形，点 P 在开始与结束的两边上直线变化，

在另两边上，先变速增加至  $\angle A$  的对角顶点，再变速减小至另一顶点，题干图象不符合；

D、圆，AP 的长度，先变速增加至 AP 为直径，然后再变速减小至点 P 回到点 A，题干图象不符合。

应选 A。

**点评：** 此题考查了动点问题函数图象，熟练掌握等边三角形，菱形，正方形以及圆的性质，理清点 P 在各边时 AP 的长度的变化情况是解题的关键。

## 二、填空题（此题共 16 分，每题 4 分）

9. （4 分）（2024•北京）分解因式： $ax^4 - 9ay^2 = \underline{a(x^2 - 3y)(x^2 + 3y)}$ 。

**考点：** 提公因式法与公式法的综合运用。

**分析：** 首先提取公因式 a，进而利用平方差公式进行分解即可。

**解答：** 解： $ax^4 - 9ay^2 = a(x^4 - 9y^2) = a(x^2 - 3y)(x^2 + 3y)$ 。

故答案为： $a(x^2 - 3y)(x^2 + 3y)$ 。

**点评：** 此题主要考查了提公因式法与公式法的综合运用，正确利用平方差公式是解题关键。

10. （4 分）（2024•北京）在某一时刻，测得一根高为 1.8m 的竹竿的影长为 3m，同时测得一根旗杆的影长为 25m，那么这根旗杆的高度为 15 m。

**考点：** 相似三角形的应用。

**分析：** 根据同时同地物高与影长成正比例列式计算即可得解。

**解答：** 解：设旗杆高度为 x 米，

由题意得， $\frac{1.8}{3} = \frac{x}{25}$ ，

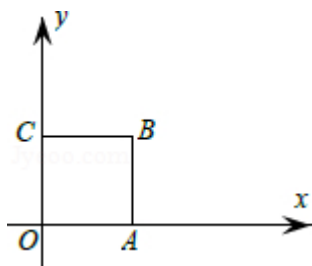
解得  $x = 15$ 。

故答案为：15。

**点评：** 此题考查了相似三角形的应用，主要利用了同时同地物高与影长成正比，需熟记。

11. （4 分）（2024•北京）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，正方形 OABC 的边长为 2。写出一个函数  $y = \frac{k}{x}$

（ $k \neq 0$ ），使它的图象与正方形 OABC 有公共点，这个函数的表达式为  $y = \frac{1}{x}$ ， $y = \frac{k}{x}$ （ $0 < k \leq 4$ ）（答案不唯一）。



**考点：** 反比例函数图象上点的坐标特征。

**专题：** 开放型。

**分析：** 先根据正方形的性质得到 B 点坐标为 (2, 2)，然后根据反比例函数图象上点的坐标特征求出过 B 点的反

---

比例函数解析式即可.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/958113005047006126>