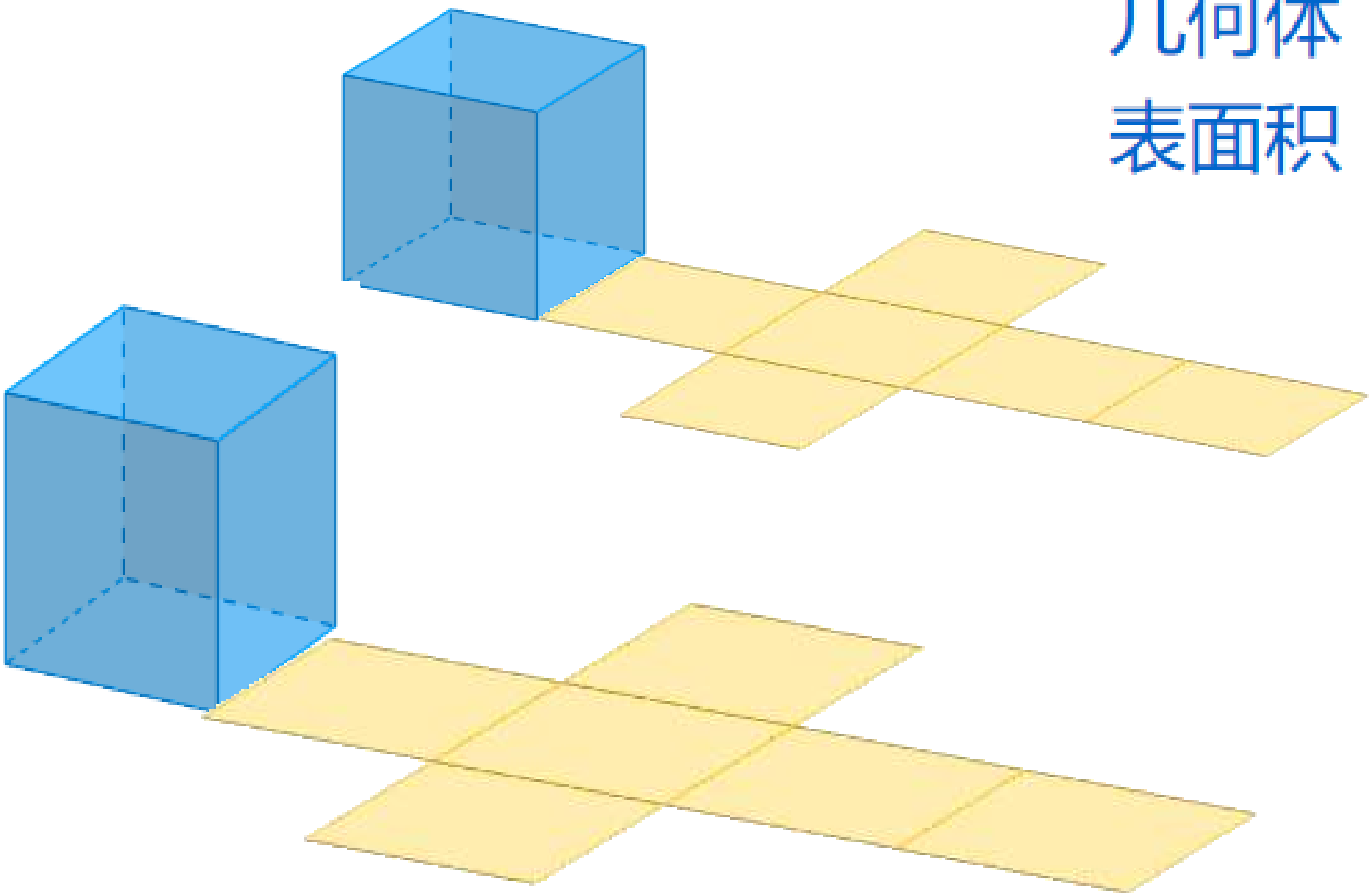
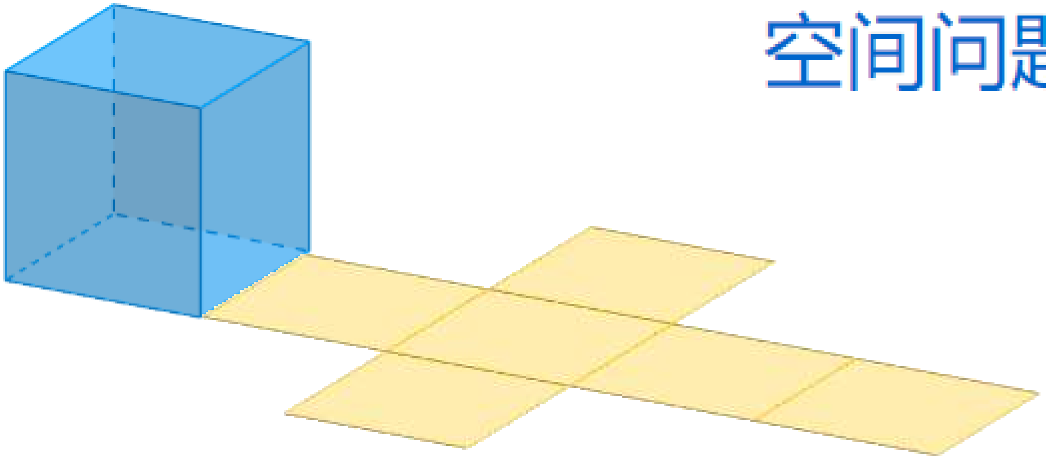
6.6.1柱、锥、台的侧面展开与面积

在初中已经学过了正方体和长方体的表面积，你知道正方体和长方体的展开图与其表面积的关系吗？



几何体表面积 ⇨ 展开图 ⇨ 平面图形面积

正方体、长方体是由多个平面围成的几何体，它们的表面积就是各个面的面积的和．



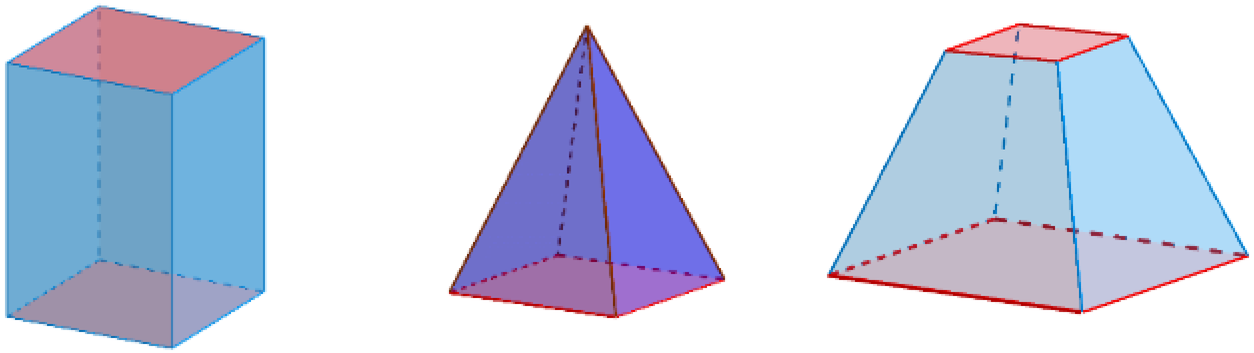
空间问题 ⇨ 平面问题

因此，我们可以把它们展成平面图形，利用平面图形求面积的方法，求立体图形的表面积．

棱柱、棱锥、棱台表面积的理解

思考

棱柱、棱锥、棱台都是由多个平面图形围成的几何体，它们的展开图是什么？如何计算它们的表面积？怎样理解棱柱、棱锥、棱台的表面积？

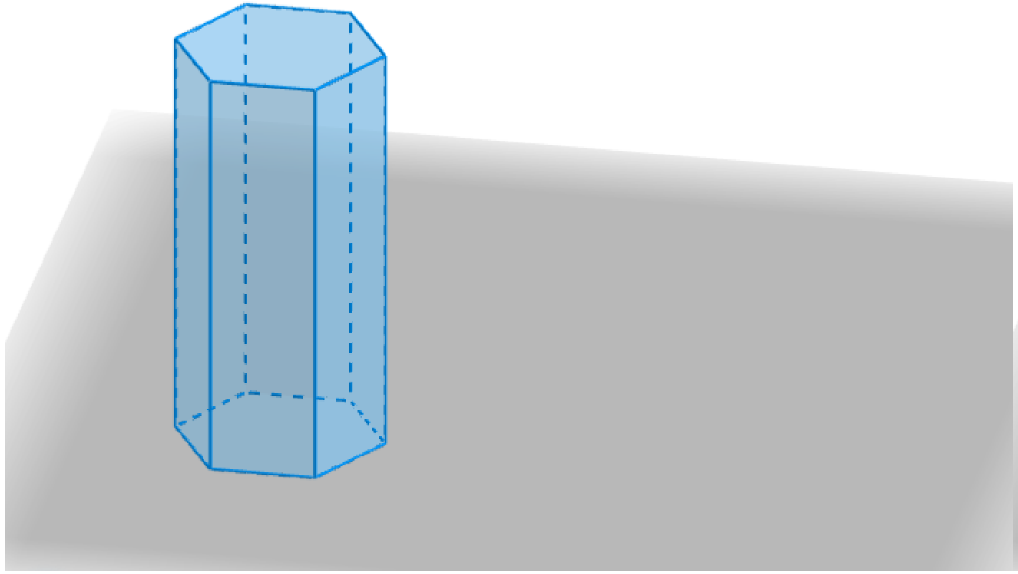


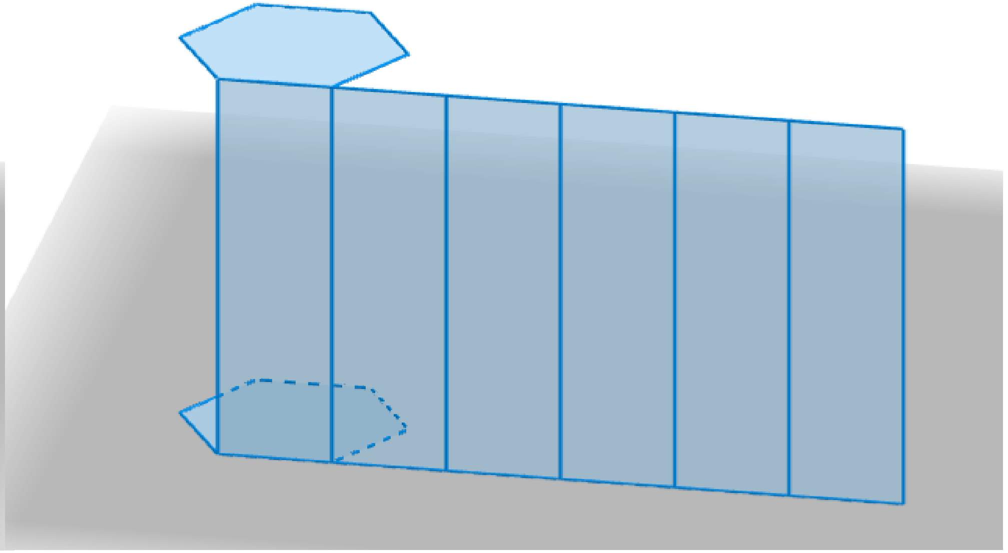
一般地，多面体的表面积就是各个面的面积之和．

表面积 = 侧面积 + 底面积

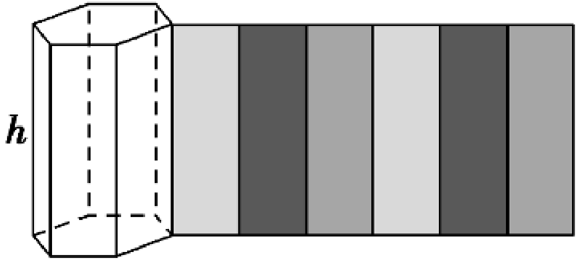
棱柱的展开图

探究 棱柱的侧面展开图是什么？如何计算它的侧面积？





结论 直棱柱

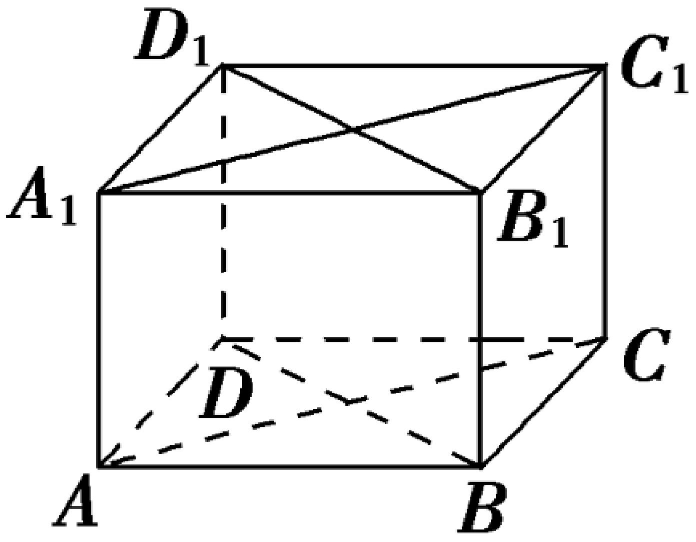


$S_{直棱柱侧} = ch$

c—底面周长，h—高

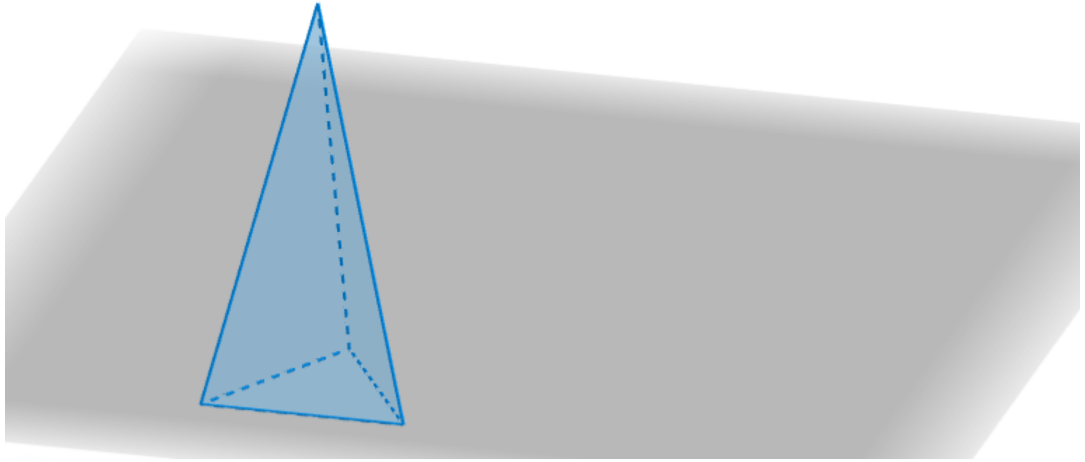
体验　如图，底面为菱形的直棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的两个对角面ACC_1A_1和BDD_1B_1的面积分别为6和8，则棱柱的侧面积为__________.

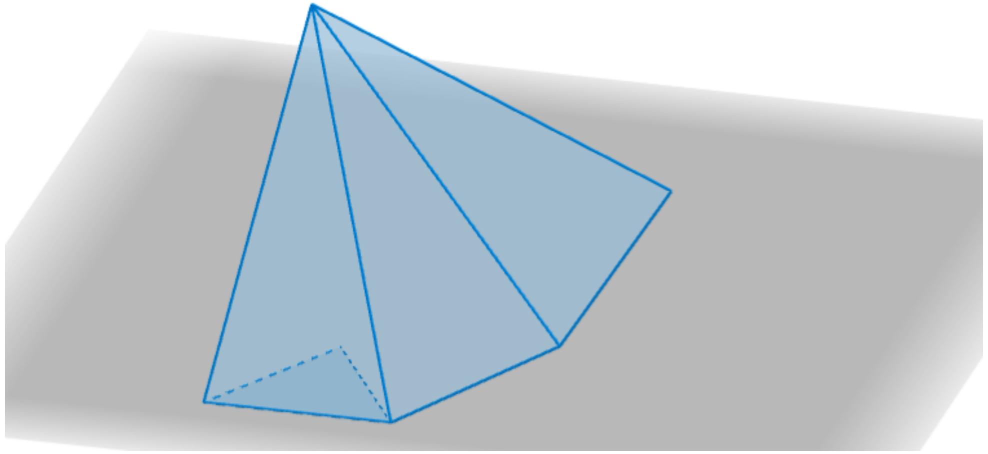
20　[设底面边长为x，高为h，则有$AC=\frac{6}{h}$，$BD=\frac{8}{h}$，∵底面$ABCD$为菱形，∴AC与BD互相垂直平分，∴$x^2=\frac{32}{h2}+\frac{42}{h2}=\frac{25}{h2}$，∴$x=\frac{5}{h}$，∴$S_{侧}=4x\cdot h=4\times\frac{5}{h}\times h=20$.]



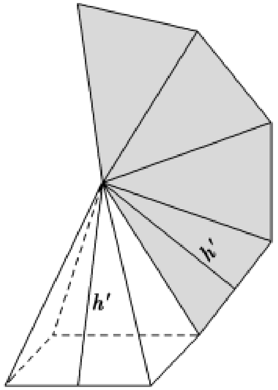
棱锥的展开图

探究 棱锥的侧面展开图是什么？如何计算它的侧面积？





结论 正棱锥

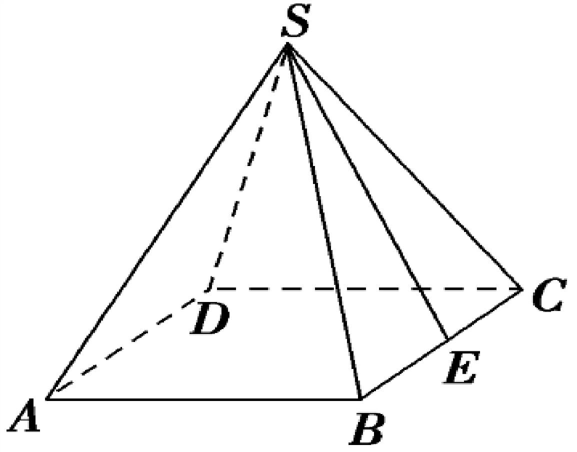


S正棱锥侧 = 12ch′
c—底面周长，
h′—棱锥侧面的高

体验 如图所示，侧棱长为1的正四棱锥，若底面周长为4，则这个棱锥的侧面积为(　　)

A．5　　B．$\sqrt{3}$

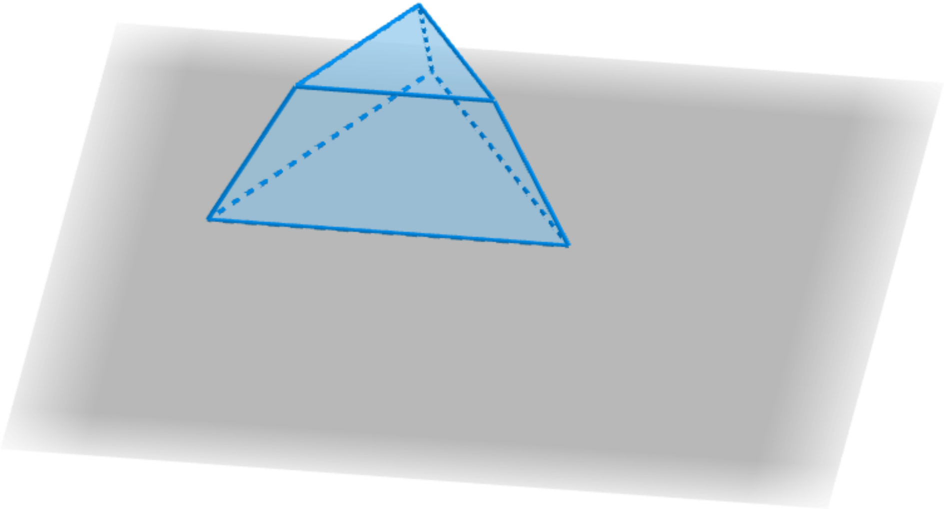
C．$\frac{\sqrt{31}}{2}$　　D．$\sqrt{3}+1$

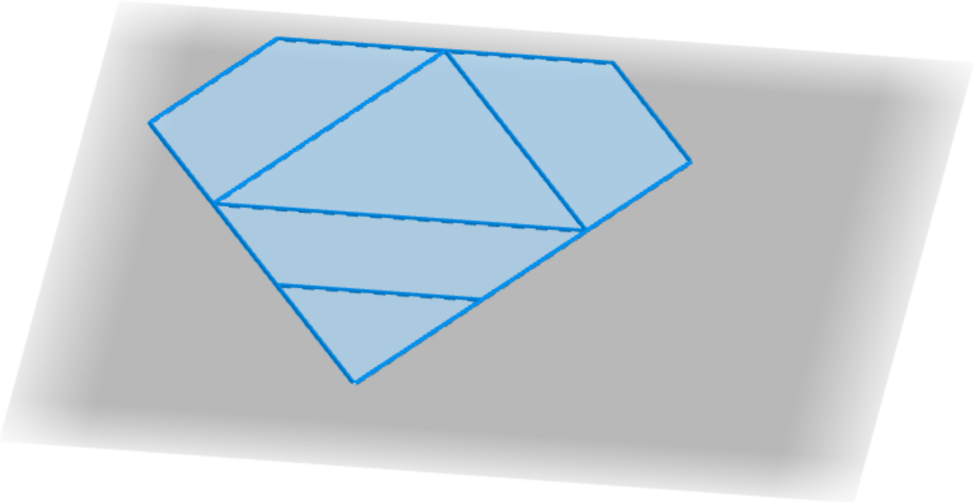


B　[设底面边长为a，则由底面周长为4，得$a=1$，$SE=\sqrt{1\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore S_{侧}=4\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times1=\sqrt{3}$.]

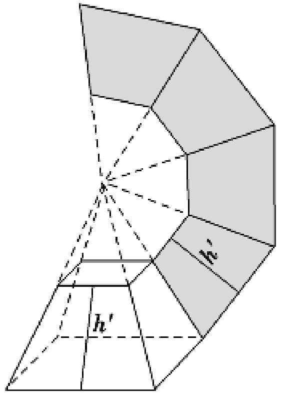
棱台的展开图

探究 棱台 的侧面展开图是什么？如何计算它的侧面积？





结论 正棱台



$S_{正棱台侧}=12(c_1+c_2)h'$

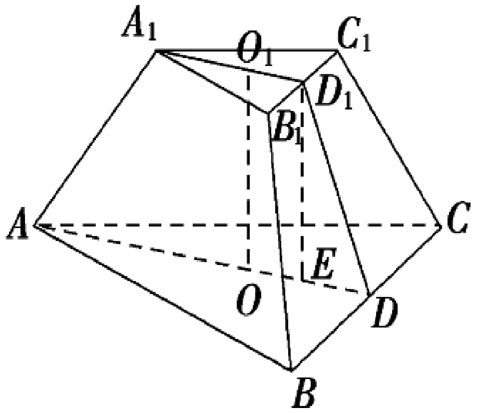
c_1，c_2—上、下底面周长

h'—棱台侧面的高

体验 一个正三棱台的上、下底面边长分别为3 cm和6 cm，高是$\frac{3}{2}$ cm.则三棱台的侧面积为(　　)

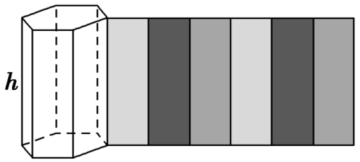
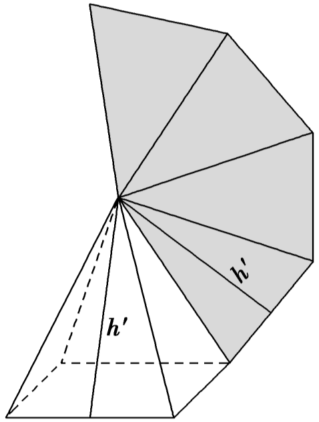
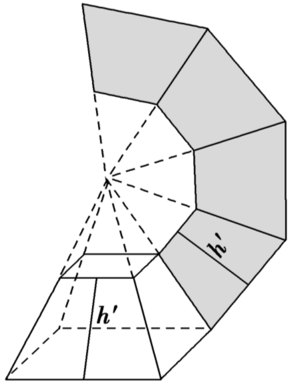
A. $27\sqrt{3}$ cm²　　B. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ cm²

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm²　　D. $\sqrt{3}$ cm²



B　[如图，O_1，O分别是上、下底面中心，则$O_1O=\frac{3}{2}$ cm，连接A_1O_1并延长交B_1C_1于点D_1，连接AO并延长交BC于点D，连接DD_1，过D_1作$D_1E\perp AD$于点E.

在Rt△D_1ED中，$D_1E=O_1O=\frac{3}{2}$ cm，$DE=DO-OE=DO-D_1O_1=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times(6-3)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ (cm)，$DD_1=\sqrt{D1E2DE2}=\sqrt{3}$ (cm)，所以$S_{正三棱台侧}=3\times\frac{1}{2}(c+c')\cdot DD_1=\frac{27\sqrt{3}}{2}$ (cm²).　]

直棱柱		$S_{直棱柱侧}=ch$ c—底面周长，h—高
正棱锥		$S_{正棱锥侧}=\frac{1}{2}ch'$ c—底面周长， h' —棱锥侧面的高
正棱台		$S_{正棱台侧}=\frac{1}{2}(c_1+c_2)h'$ c_1，c_2—上、下底面周长 h' —棱台侧面的高

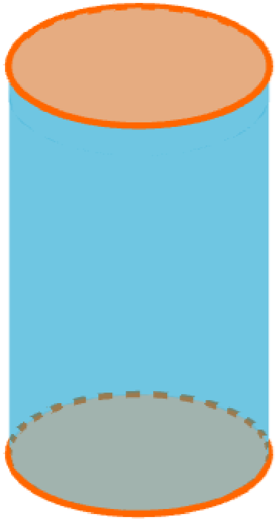
思考

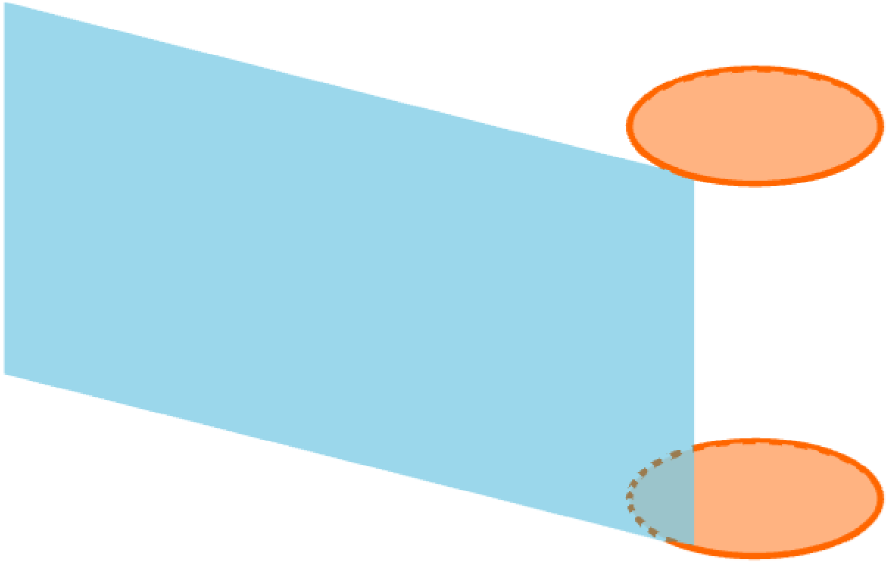
如何求一个斜棱柱的侧面积？

求出各侧面的面积，各侧面的面积之和就是斜棱柱的侧面积．

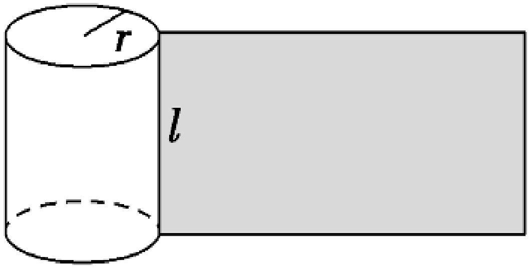
圆柱的展开图

探究 圆柱 的侧面展开图是什么？如何计算它的侧面积？





结论 圆柱



S圆柱侧＝2πrl
r—底面半径，
l—母线的长

体验　将边长为1的正方形以其一边所在直线为旋转轴旋转一周，所得几何体的侧面积是(　　)

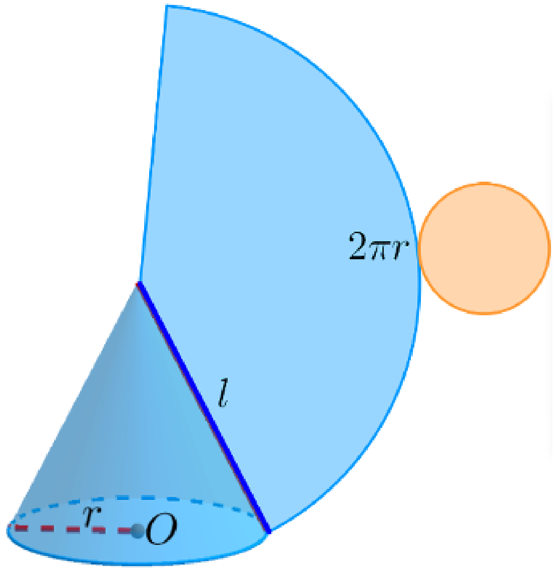
A．4π　　B．3π

C．2π　　D．π

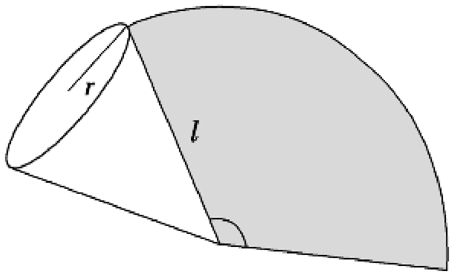
C　[底面圆半径为1，高为1，侧面积$S=2\pi rh=2\pi\times1\times1=2\pi$.故选C．]

圆锥的展开图

探究 圆锥的侧面展开图是什么？如何计算它的侧面积？



结论 圆锥



S圆锥侧 = πrl

r—底面半径，

l—母线的长

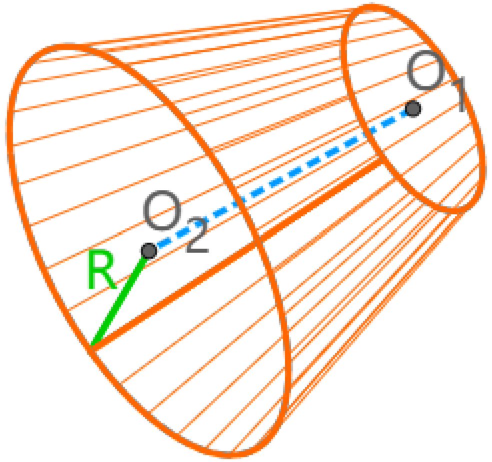
体验 一个圆锥的底面半径为2 cm，高为6 cm，在其内部有一个高为x cm的内接圆柱．求圆锥的侧面积．

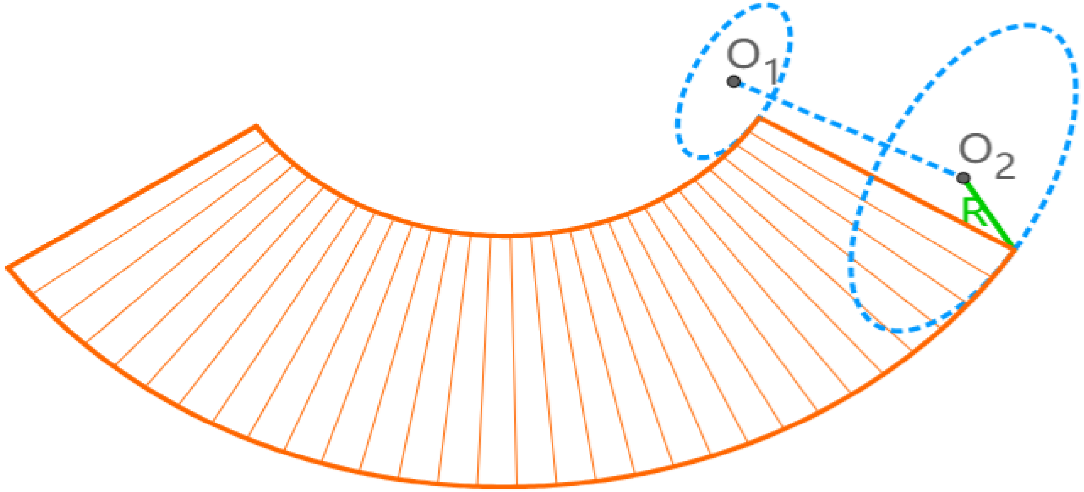
[解] (1)圆锥的母线长为$\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$(cm)，

∴圆锥的侧面积$S_1=\pi\times2\times2\sqrt{10}=4\sqrt{10}\pi$(cm²).

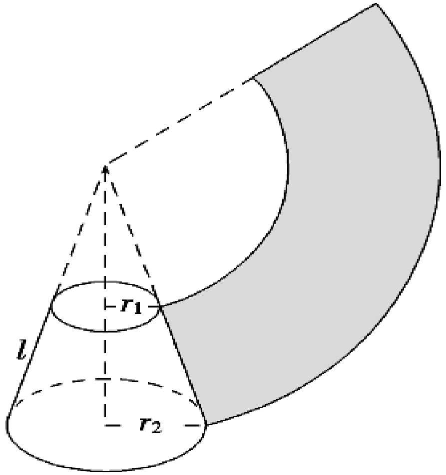
圆台的展开图

探究 圆台的侧面展开图是什么？如何计算它的侧面积？





结论 圆台



$S_{圆台侧}=\pi(r_1+r_2)l$

r_1，r_2—圆台上、下底面半径

l—母线的长

体验 若圆台的上、下底面半径和母线长的比为1∶4∶5，高为8，则其侧面积为________.

100π [设圆台上、下底面半径分别为r和R，母线长为l，设$r=k$，$R=4k$，$l=5k(k>0)$，则$(5k)^2-(3k)^2=8^2$，$\therefore k=2$，从而$r=2$，$R=8$，$l=10$，$S_侧=\pi(2+8)\times 10=100\pi$.]