

# 2023-2024 学年度包头中考试卷数学预测五

考试时间：120 分钟；满分：120 分

## 第 I 卷（选择题）

### 一、单选题（每题 3 分，共 30 分）

1. 下列计算正确的是（ ）

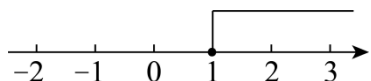
A.  $3a^{-1} = \frac{1}{3a}$

B.  $a^2 + 2a = 2a^3$

C.  $(-a)^3 \cdot a^2 = -a^6$

D.  $(-a)^3 \div (-a)^2 = -a$

2. 若一个不等式的解集在数轴上表示如图，则这个不等式可以是（ ）



A.  $x - 1 \leq 0$

B.  $x - 1 \geq 0$

C.  $x + 1 \geq 0$

D.  $x + 1 \leq 0$

3. 定义新运算“ $\otimes$ ”，规定  $a \otimes b = a^2 - |b|$ ，则  $\sqrt{3} \otimes (-1)$  的运算结果为（ ）

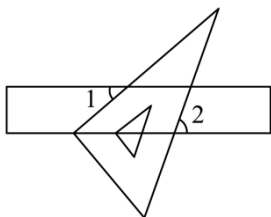
A. 10

B. 8

C. 4

D. 2

4. 如图，将含  $30^\circ$  角的三角尺的直角顶点放在直尺的一边上，若  $\angle 1 = 35^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数是（ ）



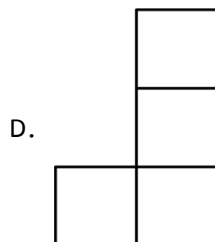
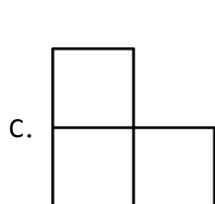
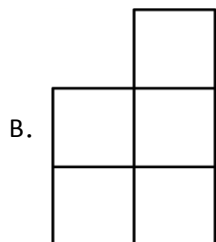
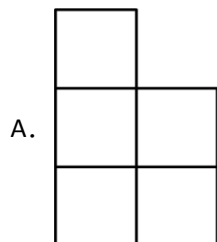
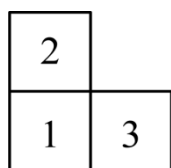
A.  $65^\circ$

B.  $70^\circ$

C.  $75^\circ$

D.  $80^\circ$

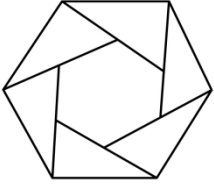
5. 如图是由几块小立方块所搭成的几何体的俯视图，小正方形中的数字表示该位置小立方块的个数，则该几何体的左视图是（ ）



6. 为了深化落实“双减”工作，促进中小学生健康成长，教育部门加大了实地督查的力度，对我校学生的作业、睡眠、手机、读物、体质“五项管理”要求的落实情况进行抽样调查，计划从“五项管理”中随机抽取两项进行问卷调查，则抽到“作业”和“手机”的概率为（ ）

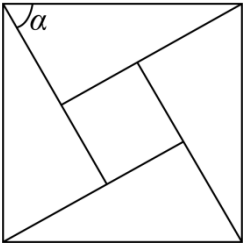
- A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{5}$       C.  $\frac{1}{10}$       D.  $\frac{2}{25}$

7. 如图，六个直角边长均为 1 和  $\sqrt{3}$  的直角三角形围成两个正六边形，若向该图形内随意投掷一个点，则该点落在小正六边形内部的概率是 ( )



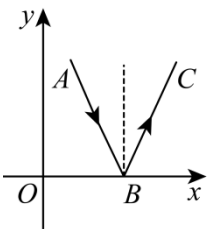
- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{3}{4}$

8. 中国最早的一部数学著作《周髀算经》中记载着勾股定理，约 1400 年后的汉代数学家赵爽创制了一幅“勾股圆方图”，用数形结合的方法给出了勾股定理的证明。这就是如图所示的“赵爽弦图”，若  $|\sin \alpha - \cos \alpha| = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，则小正方形与直角三角形的面积比为 ( )



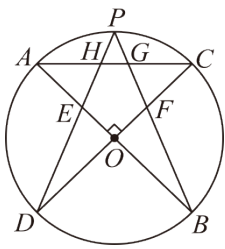
- A.  $1:\sqrt{5}$       B.  $1:1$       C.  $2:\sqrt{5}$       D.  $1:5$

9. 如图，某物理兴趣小组在研究光的镜面反射时，为了更加直观的显示光的反射规律，于是把光的入射与反射路径画在了平面直角坐标系中，一束光线从点  $A(1,4)$  出发，经  $x$  轴上的点  $B(3,0)$  反射，沿射线  $BC$  方向反射出去，则反射光线  $BC$  所在的直线的函数表达式是 ( )



- A.  $y = 2x - 6$       B.  $y = -2x + 6$       C.  $y = 2x + 6$       D.  $y = 6x - 2$

10. 如图，在  $\odot O$  中有两条互相垂直的直径  $AB$ ， $CD$ ， $P$  是  $\widehat{AC}$  的中点，连接  $PD$ ，分别交  $AB$ ， $AC$  于点  $E, H$ ，连接  $PB$ ，分别交  $CD, AC$  于点  $F, G$ ，下列四个结论：①  $\angle BED = 67.5^\circ$ ；②  $BE = AC$ ；③  $CF^2 = FG \cdot FP$ ；④  $DE \cdot EH = 2OE \cdot AE$ 。其中正确的结论有 ( )

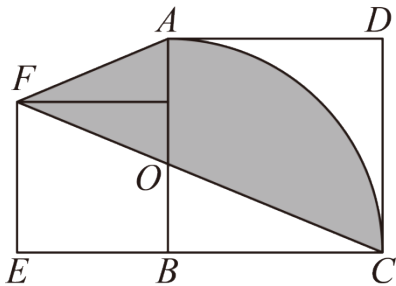


- A. 4个      B. 3个      C. 2个      D. 1个

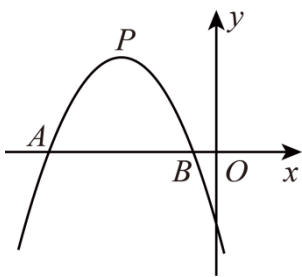
### 第 II 卷 (非选择题)

#### 二、填空题 (每题 3 分, 共 18 分)

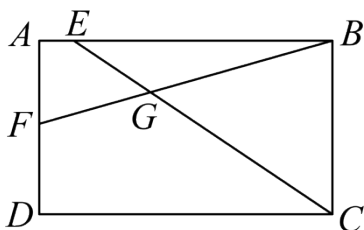
11. 若实数  $\sqrt{7}$  的小数部分为  $a$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.
12. 如果关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + px + q = 0$  的两根分别为  $x_1 = 2, x_2 = 1$ , 那么  $p =$  \_\_\_\_\_,  $q =$  \_\_\_\_\_.
13. 边长为 3cm 与 5cm 的两个正方形并排放在一起, 在大正方形中画一段以它的一个顶点为圆心, 边长为半径的圆弧, 则阴影部分的面积是 \_\_\_\_\_ ( $\pi$  取 3).



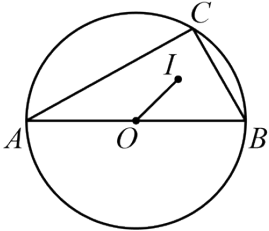
14. 如图, 抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图象与  $x$  轴交于  $A, B$  两点, 其顶点为  $P$ , 连接  $AP$ , 若  $AB = 12, AP = 10$ , 则  $a$  的值是 \_\_\_\_\_.



15. 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 点  $F$  为  $AD$  上一点, 连接  $BF$ , 点  $E$  为  $AB$  上一点, 连接  $EC$  交  $BF$  于点  $G$ . 当  $BC = \sqrt{6}, BE = \sqrt{10}, EG = \frac{\sqrt{6}}{4} AD$  时,  $GB$  的长度为 \_\_\_\_\_.



16. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $AC, BC$  是  $\odot O$  的弦,  $I$  是  $\triangle ABC$  的内心, 连接  $OI$ , 若  $OI = \sqrt{2}, \angle BOI = 45^\circ$ , 则  $BC$  的长是\_\_\_\_\_.



三、解答题 (共 7 小题, 满分 72 分)

17. (本小题共 8 分, 每小题 4 分)

(1) 简求值:  $\left[ (2a-b)^2 - (2a+b)(2a-b) \right] \div (-2b)$ , 其中  $a = -1, b = 2$

(2). 解分式方程  $\frac{x}{x-2} + \frac{1}{2-x} = 2$ .

18. “惜餐为荣, 殄物为耻”, 为了解落实“光盘行动”的情况, 某校调研了七、八年级部分 班级某一天的餐后垃圾质量. 从七、八年级各随机抽取 10 个班餐后垃圾质量的数据 (单位:  $kg$ ), 进行整理和分析 (餐后垃圾质量用  $x$  表示, 共分为四个等级:  $A. x < 1; B. 1 < x < 1.5; C. 1.5 < x < 2; D. x \geq 2$ ), 下面给出了部分信息.

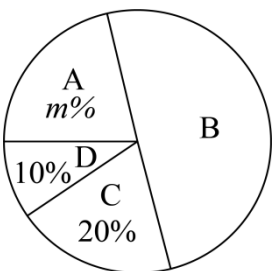
七年级 10 个班餐后垃圾质量: 0.8, 0.8, 0.8, 0.9, 1.1, 1.1, 1.1, 1.6, 1.7, 1.9, 2.3.

八年级 10 个班餐后垃圾质量中  $B$  等级包含的所有数据为: 1.0, 1.0, 1.0, 1.1, 1.1.

七八年级抽取的班级餐后垃圾质量统计表

年级	平均数	中位数	众数	方差	$A$ 等级所占百分比
七年级	1.3	1.1	$a$	0.26	40%
八年级	1.3	$b$	1.0	0.23	$m\%$

八年级抽取的班级餐后垃圾质量扇形统计图

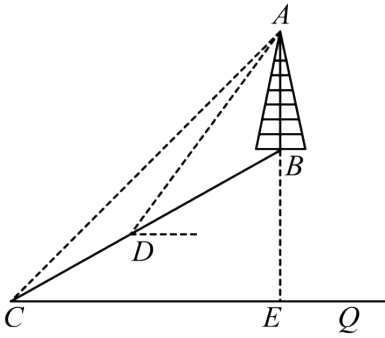


(1) 直接写出上述表中  $a, b, m$  的值;

(2) 该校八年级共有 30 个班, 估计八年级这一天餐后垃圾质量符合  $A$  等级的班级数;

(3)根据以上信息,你认为该校七、八年级的“光盘行动”,哪个年级落实得更好?请说明理由(写出一条理由即可).

19. 如图,5G时代,万物互联、互联网、大数据、人工智能与各行业应用深度融合,为了保证信号通畅,某通信公司在某山上建设5G基站.已知斜坡 $CB$ 的坡度为 $i=1:\sqrt{3}$ (即 $BE:CE=1:\sqrt{3}$ ),点 $B$ 处的通讯塔 $AB$ 垂直于水平地面,在 $C$ 处测得塔顶 $A$ 的仰角为 $45^\circ$ ,在 $D$ 处测得塔顶 $A$ 的仰角为 $53^\circ$ ,斜坡路段 $CD$ 长26米.



(1)填空:  $\angle ACE =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ , 点 $D$ 处到水平地面 $CQ$ 的距离为\_\_\_\_\_米.

(2)求通讯塔 $AB$ 的高度(结果保留根号).(参考数据:  $\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$ ,  $\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$ ,  $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$ )

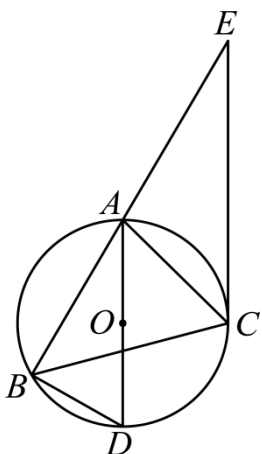
20. 在“乡村振兴”行动中,某村办企业以 $A$ 、 $B$ 两种农作物为原料开发了一种有机产品. $A$ 原料的单价是 $B$ 原料单价的1.5倍,若用900元收购 $A$ 原料会比用900元收购 $B$ 原料少100kg.生产该产品每盒需要 $A$ 原料2kg和 $B$ 原料4kg,每盒还需其他成本9元.市场调查发现:该产品每盒的售价是60元时,每天可以销售500盒;每涨价1元,每天少销售10盒.

(1)求每盒产品的成本(成本=原料费+其他成本);

(2)设每盒产品的售价是 $x$ 元( $x$ 是整数),每天的利润是 $w$ 元,求 $w$ 关于 $x$ 的函数解析式(不需要写出自变量的取值范围);

(3)求每盒产品的售价为多少元时,每天的利润最大.

21. 如图,  $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形,  $\angle BAC = 75^\circ$ ,  $\angle ABC = 45^\circ$ ,  $AD$ 是圆 $O$ 的直径,连接 $BD$ ,过点 $C$ 作 $\odot O$ 的切线,与 $BA$ 的延长线相交于点 $E$ .



(1) 求证:  $AD \parallel EC$ ;

(2) 若  $AB = \sqrt{3}$ , 求线段  $EC$  的长.

22. 在平行四边形  $ABCD$  中, 点  $O$  为两对角线的交点, 直线  $l$  过顶点  $D$ , 且绕点  $D$  按顺时针方向旋转, 过点  $A, C$  分别作直线  $l$  的垂线, 垂足为  $E, F$ .

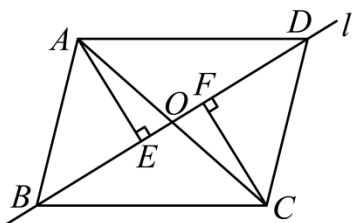


图1

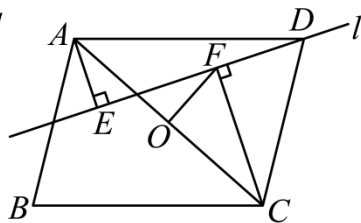


图2

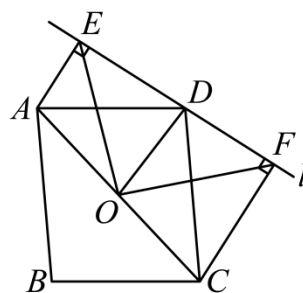


图3

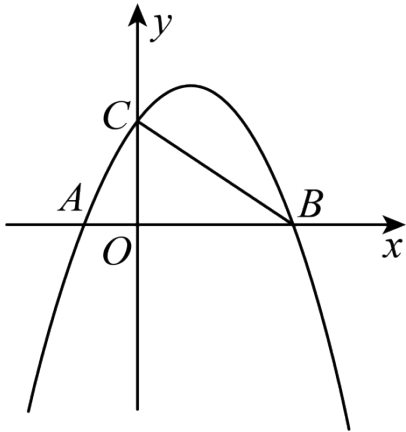
(1) 如图 1, 若直线  $l$  过点  $B$ , 求证:  $AE = CF$ ;

(2) 如图 2, 若  $\angle EFO = \angle FCO$ ,  $AE = \frac{1}{2}CF$ , 求  $\angle FCO$  的度数;

(3) 如图 3, 若  $AO = 6$ ,  $CF = 7$ ,  $EO = 8$ , 求  $AE$  的长.

23. 综合与探究.

如图, 在平面直角坐标系中, 已知二次函数  $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2$  的图象与  $x$  轴交于  $A, B$  两点 (点  $A$  在点  $B$  的左侧), 与  $y$  轴交于点  $C$ , 连接  $BC$ .



(1)求A, B, C三点的坐标;

(2)若点P是x轴上一点,当 $\triangle BCP$ 为等腰三角形时,求点P的坐标;

(3)点Q是二次函数图象上的一个动点,请问是否存在点Q使 $\angle QCB = \angle ABC$ ?若存在,请求出点Q的坐标;若不存在,请说明理由.

**参考答案:**

1. D

**【分析】**

本题考查了负整指数幂,合并同类项,同底数幂的乘法与除法,正确的计算是解题的关键.

**【详解】**

解: A.  $3a^{-1} = \frac{3}{a}$ , 故该选项不正确,不符合题意;

B.  $a^2$ 与 $2a$ 不能合并,故该选项不正确,不符合题意;

C.  $(-a)^3 \cdot a^2 = -a^3 \cdot a^2 = -a^5$ , 故该选项不正确,不符合题意;

D.  $(-a)^3 \div (-a)^2 = (-a)^{3-2} = -a$ , 故该选项正确,符合题意.

故选: D.

2. B

**【分析】**

本题考查了解不等式以及在数值上表示不等式的解集,先把每个选项的不等式解出来,再与数轴表示的解集作比较,即可作答.

**【详解】**解: 由数轴得,  $x \geq 1$ ,

A.  $x-1 \leq 0$ , 得  $x \leq 1$ , 与  $x \geq 1$  不符合, 故该选项是错误的;

B、 $x-1 \geq 0$ ，得  $x \geq 1$ ，符合，故该选项是正确的；

C、 $x+1 \geq 0$  得  $x \geq -1$ ，与  $x \geq 1$  不符合，故该选项是错误的；

D、 $x+1 \leq 0$  得  $x \leq -1$ ，与  $x \geq 1$  不符合，故该选项是错误的；

故选：B.

3. D

【分析】

本题主要考查了二次根式的运算、新定义运算等知识点，先根据新定义运算列出算式，然后根据二次根式的运算法则计算即可；掌握二次根式的运算法则是解题的关键.

【详解】解： $\sqrt{3} \otimes (-1) = (\sqrt{3})^2 - |-1| = 3 - 1 = 2$ .

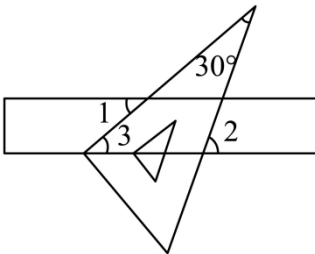
故选 D.

4. A

【分析】

本题主要考查了平行线的性质，三角形的外角性质. 根据平行线的性质“两直线平行，内错角相等”求得  $\angle 3$  的度数，再根据三角形的外角性质即可求解.

【详解】解：如图， $\because$  直尺的两边平行， $\angle 1 = 35^\circ$ ，



$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 35^\circ$ ，

由三角形的外角性质得  $\angle 2 = \angle 3 + 30^\circ = 65^\circ$ ，

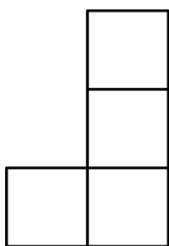
故选：A.

5. B

【分析】本题考查了由三视图判断几何体，简单组合体的三视图，从左面看得到的图形是左视图. 根据从左面看得到的图形是左视图，可得从左面看左边是 2 层小正方形，右边是 3 层小正方形，即可得到答案.

【详解】解：观察图形可知，该几何体的左视图是：





故选：B.

6. C

【分析】根据列表法或树状图法表示出来所有可能，然后找出满足条件的情况，即可得出概率.

【详解】解：将作业、睡眠、手机、读物、体质“五项管理”简写为：业、睡、机、读、体，利用列表法可得：

	业	睡	机	读	体
业		(业, 睡)	(业, 机)	(业, 读)	(业, 体)
睡	(睡, 业)		(睡, 机)	(睡, 读)	(睡, 体)
机	(机, 业)	(机, 睡)		(机, 读)	(机, 体)
读	(读, 业)	(读, 睡)	(读, 机)		(读, 体)
体	(体, 业)	(体, 睡)	(体, 机)	(体, 读)	

根据表格可得：共有 20 种可能，满足“作业”和“手机”的情况有两种，

$$\therefore \text{抽到“作业”和“手机”的概率为：} P = \frac{2}{20} = \frac{1}{10},$$

故选：C.

【点睛】题目主要考查列表法或树状图法求概率，熟练掌握列表法或树状图法是解题关键.

7. A

【分析】本题主要考查了几何概率的计算，以及多边形的面积计算，根据正六边形的面积为六个正三角形的面积之和分别计算出外面和内部的正六边形面积，然后根据概率公式计算即可.

$$\text{【详解】解：由题意得外面的正六边形的面积为：} S = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\sqrt{3})^2 = \frac{9\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{内部的正六边形的面积为：} S' = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (1)^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \text{向该图该图形内随意投掷一个点，则该点落在小正六边形内部的概率是：} \frac{S'}{S} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{\frac{9\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3}$$

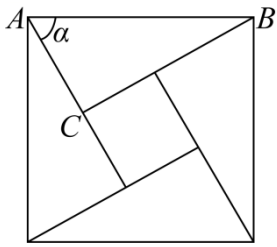
故选：A.

8. B

【分析】在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中，根据锐角三角函数的定义得出  $\sin \alpha = \frac{BC}{AB}$ ,  $\cos \alpha = \frac{AC}{AB}$ ，代入  $|\sin \alpha - \cos \alpha| = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，两边平方得出  $\left(\frac{BC-AC}{AB}\right)^2 = \frac{1}{5}$ ，由“赵爽弦图”，结合图形可知  $BC-AC$  等于小正方形的边长，那么

$\frac{S_{\text{小正方形}}}{S_{\text{大正方形}}} = \frac{1}{5}$ 。再根据  $S_{\text{小正方形}} + 4S_{\text{直角三角形}} = S_{\text{大正方形}}$ ，即可求解。

【详解】解：如图。



在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\because \angle ACB = 90^\circ$ ，

$$\therefore \sin \alpha = \frac{BC}{AB}, \cos \alpha = \frac{AC}{AB}.$$

$$\therefore |\sin \alpha - \cos \alpha| = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \left(\frac{BC}{AB} - \frac{AC}{AB}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2,$$

$$\therefore \left(\frac{BC-AC}{AB}\right)^2 = \frac{1}{5},$$

$$\text{即 } \frac{S_{\text{小正方形}}}{S_{\text{大正方形}}} = \frac{1}{5}.$$

设  $S_{\text{小正方形}} = k$ ，则  $S_{\text{大正方形}} = 5k$ ，

$$\therefore S_{\text{直角三角形}} = \frac{1}{4}(S_{\text{大正方形}} - S_{\text{小正方形}}) = k,$$

$$\therefore \frac{S_{\text{小正方形}}}{S_{\text{直角三角形}}} = \frac{k}{k} = 1.$$

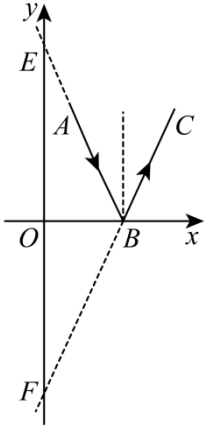
故选：B.

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用，正方形的面积，勾股定理的证明等知识，难度中等。知道“赵爽弦图”中各线段之间的关系是解题的关键。

9. A

【分析】先求直线  $AB$  的解析式，然后求直线  $AB$  与  $y$  轴的交点  $E$  的坐标，根据光的反射规律知： $E$  和直线  $BC$  与  $y$  轴的交点  $F$  关于  $x$  轴对称，则可求  $F$  的坐标，然后根据待定系数法求反射光线  $BC$  所在的直线的函数表达式即可。

【详解】解：设直线  $AB$  与  $y$  轴的交点为  $E$ ，直线  $BC$  与  $y$  轴的交点为  $F$ ，



设直线  $AB$  的解析式为  $y = kx + b$ ，

$\therefore A(1,4)$ ， $B(3,0)$ ，

$$\therefore \begin{cases} k + b = 4 \\ 3k + b = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -2 \\ b = 6 \end{cases}$$

$\therefore y = -2x + 6$ ，

当  $x = 0$  时， $y = 6$ ，

$\therefore$  直线  $AB$  与  $y$  轴的交点  $E$  的坐标为  $(0,6)$

根据光的反射规律知： $E$  和  $F$  关于  $x$  轴对称，

$\therefore F(0,-6)$ ，

设直线  $BC$  的解析式为  $y = mx + n$ ，

$$\therefore \begin{cases} n = -6 \\ 3m + n = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = 2 \\ n = -6 \end{cases}$$

$\therefore y = 2x - 6$ ，

故选：A.

【点睛】 本题考查一次函数解析式，解题的关键是掌握待定系数法，理解光的反射规律.

10. A

【分析】 本题主要考查圆周角定理，全等三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质等知识：由直径  $AB \perp CD$  得  $\angle A = \angle C = \angle P = 45^\circ$ ，由  $P$  是  $\overset{\frown}{AC}$  的中点得  $\angle B = \angle D = 22.5^\circ$ ，可得  $\angle BED = 67.5^\circ$ ，可判断①；连接  $EF, BC$ ，证明  $\triangle BEF \cong \triangle BCF$ ，得  $BE = BC = AC$  可判断②；证明  $\triangle PFE \sim \triangle CFG$ ，可判断③；在  $OB$  上截取  $OK = OE$ ，连接  $DK$ 。证明  $\triangle AEH \sim \triangle DEK$  可判断④。

【详解】 解：Q 直径  $AB \perp CD$ ，

$$\therefore \angle AOC = \angle BOD = \angle DOE = 90^\circ .$$

$$Q OA = OC,$$

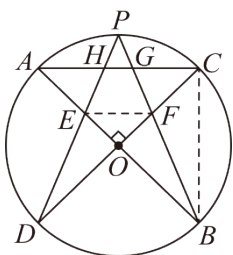
$$\therefore \angle A = \angle C = \angle P = 45^\circ .$$

Q  $P$  是  $\overset{\frown}{AC}$  的中点，

$$\therefore \angle B = \angle D = 22.5^\circ ,$$

$$\therefore \angle BED = 67.5^\circ , \text{ ① 正确.}$$

连接  $EF, BC$  .



根据对称性易知  $OE = OF$ ，

$$\therefore \angle BEF = \angle OFE = \angle BCF = 45^\circ .$$

$$Q \angle EBF = \angle CBF, BF = BF ,$$

$$\therefore \triangle BEF \cong \triangle BCF,$$

$$\therefore BE = BC = AC , \text{ ② 正确.}$$

$$Q \angle P = \angle ACD ,$$

$$\because OE = OF, \angle EOF = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle EFO = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle CFE = 135^\circ ,$$

$$\therefore \triangle BEF \cong \triangle BCF,$$

$$\therefore \angle CFB = \angle EFB,$$



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/965131344023011134>