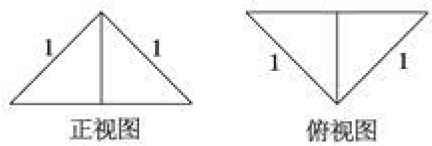
2010-2023历年山东省淄博市高三模拟考试文科数学试卷（带解析）

第1卷

一.参考题库(共20题)

1.把边长为1的正方形$ABCD$沿对角线BD折起，形成的三棱锥$A-BCD$的正视图与俯视图如图所示，则其侧视图的面积为（ ）



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

D. $\frac{1}{4}$

2.在数列$\{a_n\}$中，$a_1=-\frac{1}{2}$，$2a_n=a_{n-1}-n-1\,(n\geq 2, n\in N^*)$，设$b_n=a_n+n$.

（1）证明：数列$\{b_n\}$是等比数列；

（2）求数列$\{nb_n\}$的前n项和T_n；

（3）若$c_n=(\frac{1}{2})^n-a_n$，P_n为数列$\left\{\frac{c_n^{\ 2}+c_n+1}{c_n^{\ 2}+c_n}\right\}$的前$n$项和，求不超过$P_{2014}$的最大的整数.

3.已知函数$f(x)=x\ln x$，$g(x)=-x^2+ax-2$（$e\approx 2.71$，$a\in R$）.

（1）判断曲线$y=f(x)$在点（1，$f(1)$）处的切线与曲线$y=g(x)$的公共点个数；

（2）当$x\in\left[\frac{1}{e},e\right]$时，若函数$y=f(x)-g(x)$有两个零点，求$a$的取值范围.

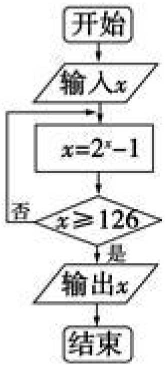
4.已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{2}$，右焦点$F_2$到直线$l_1:3x+4y=0$的距离为$\frac{3}{5}$.

（1）求椭圆C的方程；

（2）过椭圆右焦点F_2斜率为k（$k\neq 0$）的直线l与椭圆C相交于E、F两点，A为椭圆的右顶点，直线AE, AF分别交直线$x=3$于点M, N，线段MN的中点为P，记直线PF_2的斜率为k'，求证：$k\cdot k'$为定值.

5.已知函数$f(x)$为奇函数，当$x>0$时，$f(x)=\log_2 x$，则满足不等式$f(x)>0$的x的取值范围是________.

6.执行如图所示的程序框图，若输入的x的值为2，则输出的x的值为（ ）

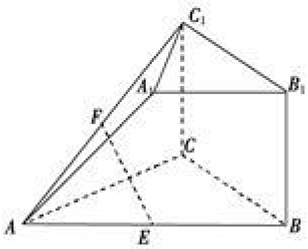


A．3

B. 126
C. 127
D. 128

7.已知点$A(-2,0),B(0,2)$，若点C是圆$x^2-2x+y^2=0$上的动点，则$\triangle ABC$面积的最小值为___.

8.在如图所示的几何体中，四边形BB_1C_1C是矩形，$BB_1\perp$平面ABC，$CA=CB$，$A_1B_1 \parallel AB$，$AB=2A_1B_1$，E，F分别是AB，AC_1的中点.



（1）求证：$EF \parallel$平面BB_1C_1C；

（2）求证：$C_1A_1\perp$平面ABB_1A_1.

9.下列说法正确的是

A. “$p\vee q$为真”是“$p\wedge q$为真”的充分不必要条件；

B. 设有一个回归直线方程为$\hat{y}=2-1.5x$，则变量x每增加一个单位，$\hat{y}$平均减少1.5个单位；

C. 若$a,b\in[0,1]$，则不等式$a^2+b^2<\frac{1}{4}$成立的概率是$\frac{\pi}{4}$；

D. 已知空间直线a,b,c，若$a\perp b$，$b\perp c$，则$a//c$.

10.已知变量x,y满足约束条件$\begin{cases}x+y-5\le 0\\ x-2y+1\le 0\\ x-1\ge 0\end{cases}$，则$z=x+2y$的最大值是__.

11.设$a>1$，$b>0$，若$a+b=2$，则$\frac{1}{a-1}+\frac{2}{b}$的最小值为

A. $3+2\sqrt{2}$

B. 6

C. $4\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{2}$

12.已知集合$A=\{x|0<x<2\}$，$B=\{x|(x-1)(x+1)>0\}$，则$A\cap B=$（ ）

A. $(0,1)$

B. $(1,2)$

C. $(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)$

D. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

13.对于大于 1 的自然数m的三次幂可用奇数进行以下方式的“分裂”：

$2^3=\begin{cases}3\\5\end{cases},3^3=\begin{cases}7\\9\\11\end{cases},4^3=\begin{cases}13\\15\\17\\19\end{cases},\cdots\cdots$. 仿此，若$m^3$的“分裂数”中有一个是 2015，则$m=$___.

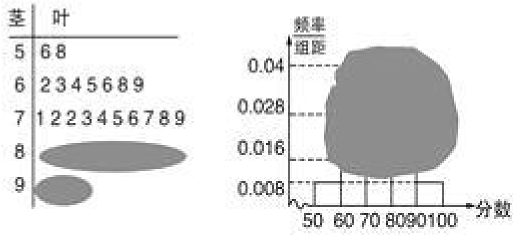
14.已知向量$\vec{a}=\left(\sin\frac{x}{2},\frac{1}{2}\right)$，$\vec{b}=(\sqrt{3}\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2},1)$，函数$f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}$，$\Delta ABC$ 三个内角A,B,C的对边分别为a,b,c.

（1）求$f(x)$的单调递增区间；

（2）若$f(B+C)=1$, $a=\sqrt{3},b=1$，求ΔABC的面积S.

15.已知向量$\vec{a}$、$\vec{b}$的夹角为60^0，且$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，则向量$\vec{a}$与向量$\vec{a}+2\vec{b}$的夹角等于___.

16.参加市数学调研抽测的某校高三学生成绩分析的茎叶图和频率分布直方图均受到不同程度的破坏，但可见部分信息如下，据此解答如下问题：



（1）求参加数学抽测的人数n、抽测成绩的中位数及分数分别在$[80,90)$，$[90,100]$内的人数；

（2）若从分数在$[80,100]$内的学生中任选两人进行调研谈话，求恰好有一人分数在$[90,100]$内的概率.

17.过抛物线$y^2=4x$焦点F的直线交其于A，B两点，O为坐标原点．若$|AF|=3$，则ΔAOB的面积为（ ）

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

B．$\sqrt{2}$

C．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$

D．$2\sqrt{2}$

18.在等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_3+a_8=10$，则$3a_5+a_7$=（ ）

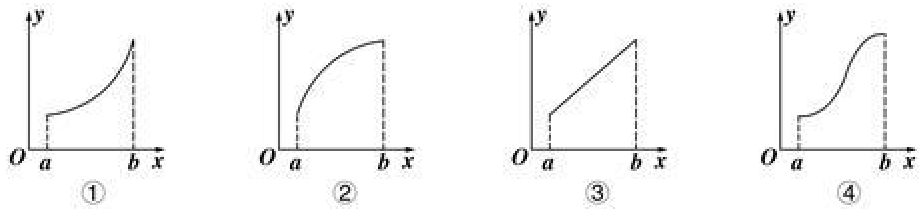
A．10

B．18

C．20

D．28

19.若函数$f(x)$的导函数在区间(a,b)上的图像关于直线$x=\frac{a+b}{2}$对称，则函数$y=f(x)$在区间$[a,b]$上的图象可能是（ ）



A. ①④
B. ②④
C. ②③
D. ③④

20.在复平面内，复数 $\frac{2+i}{i}$ 对应的点位于（ ）

A. 第一象限
B. 第二象限
C. 第三象限
D. 第四象限

第 1 卷参考答案

一. 参考题库

1.参考答案：D 试题分析：由正视图与俯视图可得三棱锥 $A-BCD$ 的一个侧面与底面垂直，其侧视图是直角三角形，且直角边长均为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以侧视图的面积为 $S=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{4}$，选 D.

考点：三视图

2.参考答案：（1）见解析；（2） $T_n=2-\frac{n+2}{2^n}$; (3)不超过 P_{2014} 的最大的整数是 2014．试题分析：（1）注意从 $2a_n=a_{n-1}-n-1$ 出发，得到 $2(a_n+n)=a_{n-1}+n-1$ 2 分

即 $\frac{b_n}{b_{n-1}}=\frac{1}{2}$，肯定数列$\{b_n\}$是公比为$2$的等比数列.

（2）利用“错位相减法”求和.

（3）由(1)得$c_n=n$，从而可得到

$\frac{c_n^2+c_n+1}{c_n^2+c_n}=\frac{n^2+n+1}{n^2+n}=1+\frac{1}{n(n+1)}=1+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，利用“裂项相消法”求$P_{2014}$.

利用$P_{2014}=(1+\frac{1}{1}-\frac{1}{2})+(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+(1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4})+\cdots\cdots+(1+\frac{1}{2014}-\frac{1}{2015})$

$=2015-\frac{1}{2015}$,

得出结论.

试题解析：（1）由$2a_n=a_{n-1}-n-1$两边加$2n$得，$2(a_n+n)=a_{n-1}+n-1$　2 分

所以$\frac{a_n+n}{a_{n-1}+(n-1)}=\frac{1}{2}$，即$\frac{b_n}{b_{n-1}}=\frac{1}{2}$，数列$\{b_n\}$是公比为$2$的等比数列 3 分

其首项为$b_1=a_1+1=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}$，所以$b_n=(\frac{1}{2})^n$　4 分

（2）$nb_n=n\cdot(\frac{1}{2})^n=\frac{n}{2^n}$　5 分

$T_n=\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\frac{4}{2^4}+\text{L}+\frac{n-1}{2^{n-1}}+\frac{n}{2^n}$　①

$\frac{1}{2}T_n=\frac{1}{2^2}+\frac{2}{2^3}+\frac{3}{2^4}+\frac{4}{2^5}+\text{L}+\frac{n-1}{2^n}+\frac{n}{2^{n+1}}$　②

①-②得$\frac{1}{2}T_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots+\frac{1}{2^n}-\frac{n}{2^{n+1}}=1-\frac{1}{2^n}-\frac{n}{2^{n+1}}$

所以$T_n=2-\frac{n+2}{2^n}$　8 分

(3)由(1)得$a_n=(\frac{1}{2})^n-n$，所以$c_n=n$

$\frac{c_n^2+c_n+1}{c_n^2+c_n}=\frac{n^2+n+1}{n^2+n}=1+\frac{1}{n(n+1)}=1+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$ 10 分

$P_{2014}=(1+\frac{1}{1}-\frac{1}{2})+(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+(1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4})+\cdots\cdots+(1+\frac{1}{2014}-\frac{1}{2015})$ $=2015-\frac{1}{2015}$

所以不超过P_{2014}的最大的整数是2014. 12 分

考点：等比数列的定义、通项公式及求和公式，“错位相减法”，“裂项相消法”.

3.参考答案：（1）当Δ>0时，即$a<-1$或$a>3$时，有两个公共点；

当Δ=0时，即$a=-1$或$a=3$时，有一个公共点；

当Δ<0时,即$-1<a<3$时，没有公共点 .

（2）当$3<a\le e+\frac{2}{e}+1$时，函数$y=f(x)-g(x)$有两个零点.试题分析：（1）求导数得切线的斜率，由直线方程的点斜式，得到曲线在点（1，0）处的切线方程为$y=x-1$；

由$\begin{cases} y=-x^2+ax-2 \\ y=x-1 \end{cases}\Rightarrow x^2+(1-a)x+1=0$,利用一元二次方程根的判别式讨论得解.

（2）为讨论$y=f(x)-g(x)$=$x^2-ax+2+x\ln x$的零点,

令$y=0$得到$a=x+\frac{2}{x}+\ln x$,

因此可令$h(x)=x+\frac{2}{x}+\ln x$，利用导数知识，讨论起最大值、最小值即得所求.

试题解析：（1）$f'(x)=\ln x+1$，所以斜率$k=f'(1)=1$ 2 分

又$f(1)=0$，曲线在点（1，0）处的切线方程为$y=x-1$ 3 分

由$\begin{cases} y=-x^2+ax-2 \\ y=x-1 \end{cases}\Rightarrow x^2+(1-a)x+1=0$ 4 分

由Δ=$(1-a)^2-4=a^2-2a-3$可知：

当Δ>0时，即$a<-1$或$a>3$时，有两个公共点；

当Δ=0时，即$a=-1$或$a=3$时，有一个公共点；

当Δ<0时,即$-1<a<3$时，没有公共点　　　　　　　　7 分

（2）$y=f(x)-g(x)=x^2-ax+2+x\ln x$,

由$y=0$得$a=x+\frac{2}{x}+\ln x$　　　　　　　　　　　　8 分

令$h(x)=x+\frac{2}{x}+\ln x$，则$h'(x)=\frac{(x-1)(x+2)}{x^2}$

当$x\in\left[\frac{1}{e},e\right]$，由$h'(x)=0$得$x=1$　　　　　　　　10 分

所以，$h(x)$在$\left[\frac{1}{e},1\right]$上单调递减，在$[1,e]$上单调递增

因此，$h_{\min}(x)=h(1)=3$　　　　　　　　　　　　11 分

由$h(\frac{1}{e})=\frac{1}{e}+2e-1$，$h(e)=e+\frac{2}{e}+1$比较可知$h(\frac{1}{e})>h(e)$

所以，当$3<a\leq e+\frac{2}{e}+1$时，函数$y=f(x)-g(x)$有两个零点.　　　14 分

考点:导数的几何意义，应用导数研究函数的单调性、最值，直线与圆锥曲线的位置关系，转化与划归思想.

4.参考答案：（1）$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$．（2）证明见解析.试题分析：（1）利用椭圆的几何性质，建立a,b的方程组即得；

（2）要证明$k\cdot k'$为定值，须从确定两直线斜率的表达式入手.根据题目的条件，应注意设出l的直线方程，并与椭圆方程联立，应用韦达定理，建立k与坐标的联系；确定P的坐标，将斜率k'用坐标表示.得到k，k'的关系即得证.

设过点 $P(1,0)$ 的直线 l 方程为：$y=k(x-1)$， $E(x_1,y_1)$，点 $F(x_2,y_2)$，

将 $y=k(x-1)$ 代入椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 整理得：$(4k^2+3)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$

应用韦达定理 $x_1+x_2=\frac{8k^2}{4k^2+3}$ $x_1\cdot x_2=\frac{4k^2-12}{4k^2+3}$；

根据直线 AE 的方程为：$y=\frac{y_1}{x_1-2}(x-2)$，直线 AF 的方程为：$y=\frac{y_2}{x_2-2}(x-2)$

令 $x=3$，得点 $M\left(3,\frac{y_1}{x_1-2}\right)$， $N\left(3,\frac{y_2}{x_2-2}\right)$，点 P $\left(3,\frac{1}{2}\left(\frac{y_1}{x_1-2}+\frac{y_2}{x_2-2}\right)\right)$；

由直线 PF_2 的斜率为 $k'=\frac{\frac{1}{2}(\frac{y_1}{x_1-2}+\frac{y_2}{x_2-2})-0}{3-1}=\frac{1}{4}(\frac{y_1}{x_1-2}+\frac{y_2}{x_2-2})$

$=\frac{1}{4}\frac{y_2x_1+x_2y_1-2(y_1+y_2)}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}=\frac{1}{4}\cdot\frac{2kx_1x_2-3k(x_1+x_2)+4k}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}$，

将 $x_1+x_2=\frac{8k^2}{4k^2+3},x_1x_2=\frac{4k^2-12}{4k^2+3}$ 代入上式得到 k， k' 的关系即得证.

试题解析：（1）由题意得 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$， $\frac{3c}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$， 2 分

所以 $c=1$， $a=2$，所求椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. 4 分

（2）设过点 $P(1,0)$ 的直线 l 方程为：$y=k(x-1)$，

设点 $E(x_1,y_1)$，点 $F(x_2,y_2)$ 5 分

将直线 l 方程 $y=k(x-1)$ 代入椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

整理得：$(4k^2+3)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$ 6 分

因为点 P 在椭圆内，所以直线 l 和椭圆都相交， $\Delta>0$ 恒成立，

且 $x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{4k^2+3}$ $x_1\cdot x_2=\dfrac{4k^2-12}{4k^2+3}$ 7 分