高中数学双曲线课件

考纲要求：

圆锥曲线

①了解圆锥曲线的实际背景，了解圆锥曲线在刻画现实世界和解决实际问题中的作用.

②掌握椭圆、抛物线的定义、几何图形、标准方程及简单性质.

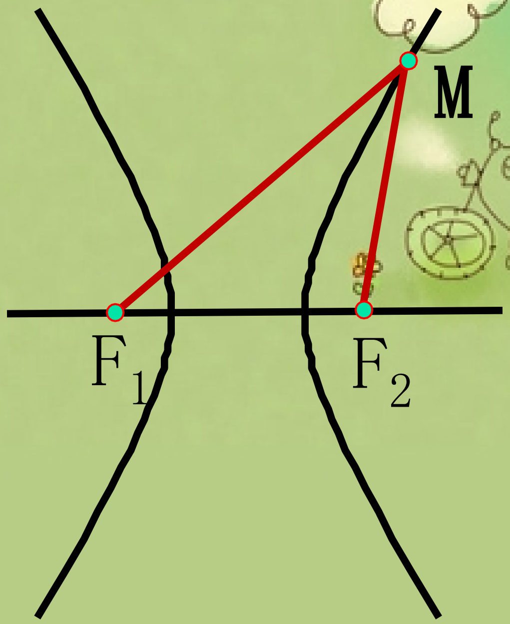
③了解双曲线的定义、几何图形和标准方程，知道它的简单几何性质.

④了解圆锥曲线的简单应用.

⑤理解数形结合的思想.

一、双曲线的第一定义：

到两个定点的F_1, F_2的距离之差的绝对值是常数(小于$|F_1F_2|$)的点的轨迹. 定点叫焦点, 两焦点之间的距离叫焦距.



注意

（1）$2a<2c$ ；

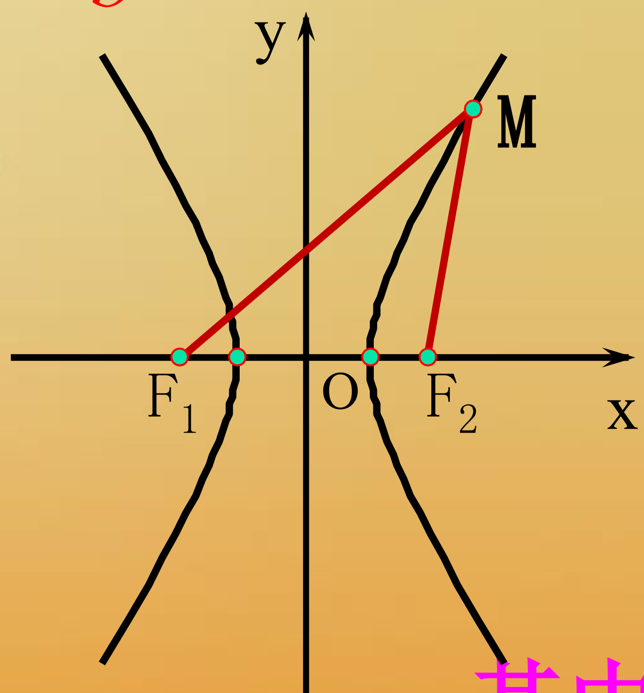
（2）$2a>0$ ；

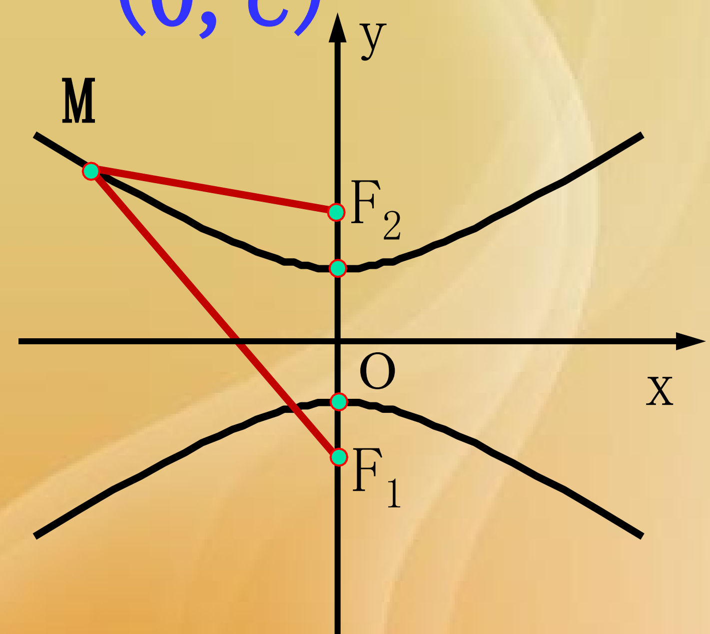
（3）双曲线是两支曲线

二、双曲线的标准方程

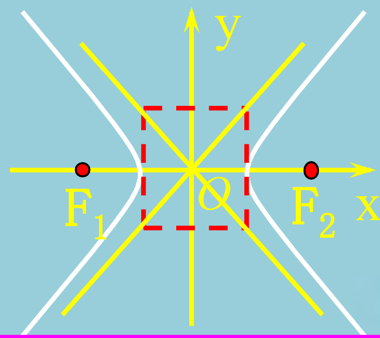
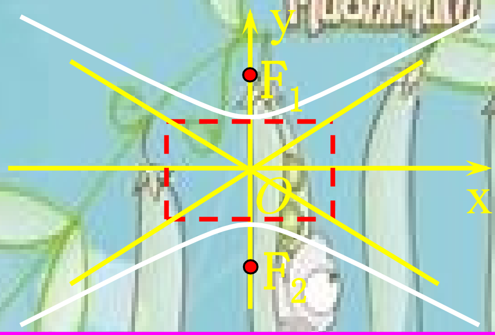
- $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$　　焦点是　$(-c, 0)$和$(c, 0)$

$\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1$　　焦点是　$(0, -c)$和$(0, c)$





其中$c^2=a^2+b^2$

标准方程	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$
图　　形		
焦点坐标	(-c, 0)和(c, 0)	(0, -c)和(0, c)
范　围	x≥a或x≤-a	y≥a或y≤-a
对称性	坐标轴是对称轴；原点是对称中心，叫双曲线的中心	
顶　　点	$A_1(-a, 0)$和$A_2(a, 0)$	$A_1(0, -a)$和$A_2(0, a)$
	A_1A_2叫实轴，B_1B_2叫虚轴，且$\|A_1A_2\|=2a$，$\|B_1B_2\|=2b$	
渐近线	$y=\pm\frac{b}{a}x$	$x=\pm\frac{b}{a}y$
离心率	$e=\frac{c}{a}$（e>1，且e决定双曲线的开口程度，越大开口越阔）	

三、双曲线的第二定义:

到定点的距离和到定直线的距离之比是常数 $e(e>1)$ 的点的轨迹.

定点是焦点, 定直线叫准线, 且常数是离心率.

标准方程	准线方程	焦半径
$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$	$x=\pm\dfrac{a^2}{c}$	$\lvert ex_0 \pm a \rvert$
$\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1$	$y=\pm\dfrac{a^2}{c}$	$\lvert ey_0 \pm a \rvert$

四、等轴双曲线

:

1. 定义:实轴长与虚轴长相等的双曲线.

2. 标准方程:

（1） $x^2-y^2=a^2$(焦点在x轴上)

（2） $y^2-x^2=a^2$(焦点在y轴上)

结论:等轴双曲线的方程可写成: $x^2-y^2=m$

3. 离心率: $e=\sqrt{2}$

4. 渐近线方程: $y=\pm x$

参数方程

双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的参数方程为:

$$\begin{cases} x = a\sec\theta \\ y = b\tan\theta \end{cases}$$ （θ为参数）

重要结论

双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的焦点到相应的顶点之间的距离为：$c-a$

双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的焦准距（焦点到相应准线的距离）长为：$c-\dfrac{a^2}{c}=\dfrac{b^2}{c}$

重要结论

双曲线系$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\lambda\ (\lambda \gtrless 0)$的离心率为: $e=\frac{c}{b}$

双曲线系$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\lambda\ (\lambda \neq 0)$ 的渐近线为: $y=\pm\frac{b}{a}x$

双曲线系$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-c^2}=1$的焦点为: $(\pm c,0)$

【基础练习一】求满足条件的双曲线的标准方程:

(1) 顶点在y轴上, 两顶点的距离为6, $e=\frac{5}{3}$;

$\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{16}=1$

(2) 焦点在y轴上, 焦距为1… 4 … $-\frac{y^2}{28}=1$

(3) 过…

求双曲线的标准方程基本步骤:

(1)定位　(2)定型　(3)定量

(4) 以椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ 的焦点为顶点, 顶点为焦点;

$\frac{y^2}{5}-\frac{x^2}{4}=1$

(5) 过(2, 3), $e=\sqrt{2}$; $y^2-x^2=5$

【基础练习二】

(1) 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$ 上一点P到一个焦点的距离是10，则P到相应的准线的距离是 6 ______.

(2) 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$ 左支上点P到右焦点的距离是11，则P到左准线的距离是 3 ______.

(3) 已知M到P(5, 0)的距离与它到直线 $x=\dfrac{9}{5}$ 的距离之比为 $\dfrac{5}{3}$，求M的轨迹方程.

$$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$$

(4) 如果方程 $\frac{x^2}{2-m}-\frac{y^2}{m+1}=1$ 表示双曲线，求m的取值范围.

方程$mx^2+ny^2=1$表示双曲线 $\Leftrightarrow$ $mn<0$

【题型1 】双曲线的定义及应用

例1. (1)动点P到定点$F_1(1,0)$的距离比它到$F_2(3,0)$的距离小2, 则点P的轨迹是(C)

A. 双曲线　　B. 双曲线的一支

C. 一条射线　　D. 两条射线

(2)已知两圆$C_1:(x+4)^2+y^2=2$，$C_2:(x-4)^2+y^2=2$, 动圆M与两圆C_1, C_2都相切, 则动圆圆心M的轨迹是_____ $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{14}=1$或$x=0$