2023-2024学年高三上册数学期末模拟试卷 7

（考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分）

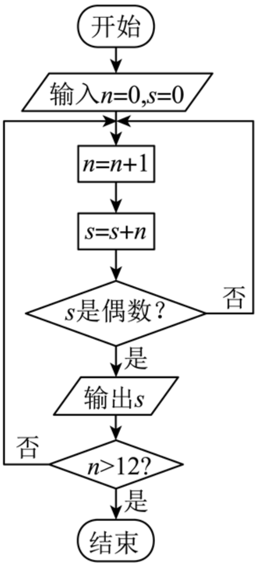
一、单选题（本题共 12 **小题，每小题** 5 **分，共** 40 **分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目）**

1．若集合 $A=\left\{x\left|\frac{x-1}{x+1}\le 0\right.\right\}$，$B=\{x|\lg x\le 0\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$[-1,1]$　　　　B．$[0,1]$　　　　C．$[0,1]$　　　　D．$[0,1]$

2．已知复数 $z=2\mathrm{i}^{2022}+\frac{\mathrm{i}^{2023}}{1-\mathrm{i}}$，i 为虚数单位，则复数 z 在复平面内所对应的点位于（　　）

A．第一象限　　　　B．第二象限　　　　C．第三象限　　　　D．第四象限



3．若执行下面的程序框图，则输出的（　　）

A．有 6 个值，分别为 6，10，28，36，66，78

B．有 7 个值，分别为 6，10，28，36，66，78，91

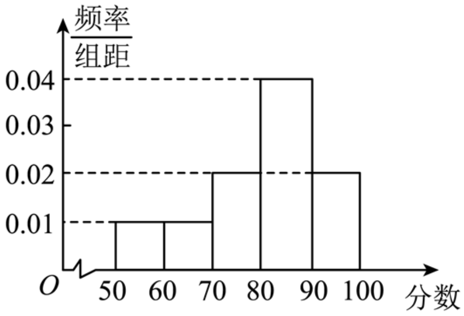
C．有 7 个值.分别为 6，10，28，36，66，78，120

D．有 8 个值，分别为 6，10，28，36，66，78，120，136

4．校园环境对学生的成长是重要的，好的校园环境离不开学校的后勤部门.学校为了评估后勤部门的工作，采用随机抽样的方法调查 100 名学生对校园环境的认可程度（100 分制）评价标准如下：

中位数 m	$m\ge 85$	$80\le m<85$	$70\le m<80$	$m<70$
评价	优秀	良好	合格	不合格

2023 年的一次调查所得的分数频率分布直方图如图所示，则这次调查后勤部门的评价是（　　）



A．优秀　　　　B．良好　　　　C．合格　　　　D．不合格

5．如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，$AB=4$，$BC=CD=DA=2$，将△ACD 沿 AC 边折起，使得点 D 翻折到点 P，若三棱锥 P-ABC 的外接球表面积为 20π，则 $PB=$（　　）

A．8　　　　B．4　　　　C．$2\sqrt{2}$　　　　D．2

6．双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{3}$，其渐近线方程为（　　）

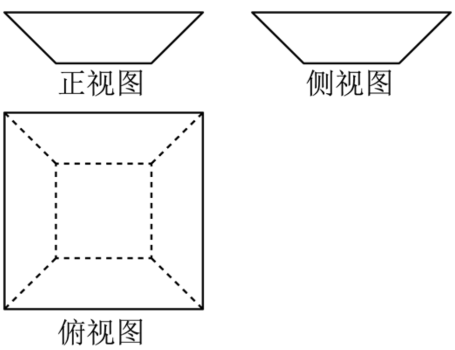
A．$y=\pm x$　　　　B．$y=\pm\sqrt{2}x$

C．$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$　　　　D．$y=\pm\frac{1}{2}x$

7．定义在R上的函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x)=f(x)$，且 $f(x+2)-1$ 为奇函数，则 $\sum_{k=1}^{2023}f(k)=$（　　）

A．-2023　　　　B．-2022　　　　C．2022　　　　D．2023

8．一个四棱台的三视图如图所示，其中正视图和侧视图均为上底长为4，下底长为2，腰长 $\sqrt{2}$ 的等腰梯形，则该四棱台的体积为（　　）

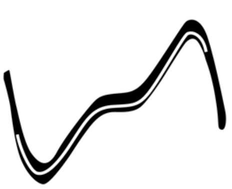


A．$\frac{28}{3}$　　　　B．$\frac{28\sqrt{2}}{3}$　　　　C．28　　　　D．$28\sqrt{2}$

9．某校为深入开展劳动教育，通过学校的电子屏幕播放“我的校园我打扫”，大力宣传劳动的价值意义，使学生树立正确的劳动观．某日甲、乙、丙、丁四名同学值日打扫卫生，卫生区域划分 A，B，C，D 四块，每个区域安排一个同学去打扫，其中甲不去打扫 A 区域，乙不去打扫 B 区域，则不同的安排方法的种数为（　　）

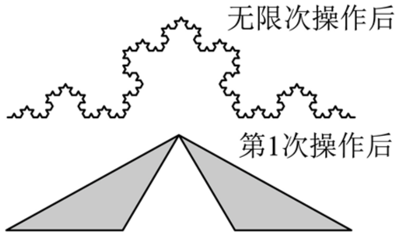
A．12　　　　B．14　　　　C．20　　　　D．30

10．为了激发同学们学习数学的热情，某学校开展利用数学知识设计 LOGO 的比赛，其中某位同学利用函数图像的一部分设计了如图的 LOGO，那么该同学所选的函数最有可能是（　　）



A．$f(x)=\sin x$　B．$f(x)=\sin x+x\cos x$　C．$f(x)=x^2+\frac{1}{x^2}$　D．$f(x)=\sin x+x^3$

11．将一个顶角为120°的等腰三角形（含边界和内部）的底边三等分，挖去由两个等分点和上顶点构成的等边三角形，得到与原三角形相似的两个全等三角形，再对余下的所有三角形重复这一操作．如果这个操作过程无限继续下去…，最后挖剩下的就是一条“雪花”状的 Koch 曲线，如图所示已知最初等腰三角形的面积为 1，则经过 4 次操作之后所得图形的面积是（　　）



A．$\frac{16}{81}$　　B．$\frac{20}{81}$　　C．$\frac{8}{27}$　　D．$\frac{10}{27}$

12．设函数 $f(x)=e^x-ax\ln x$，其中 $a\in R$，e是自然对数的底数（$e=2.71828\ldots$）则（　　）

A．当 $a=1$ 时，$f(x)\ge ex$　　B．当 $a<\frac{e}{3}$ 时，$f(x)>0$

C．当 $a=-1$ 时，$f(x)\ge ex$　　D．当 $a>\frac{e}{3}$ 时，$f(x)>0$

二、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13．已知单位向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\perp(\vec{a}-\sqrt{3}\vec{b})$，则 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 夹角的余弦值为__________.

14．若 $(x^3+1)\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的展开式中各项系数之和为 $\frac{1}{32}$，则展开式中 x^3 的系数为______.

15．已知函数 $f(x)=a\sin\omega x+2\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)+b$ $(\omega>0)$ 的图象的相邻两个对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$，且 $\forall x\in R$ 恒有 $f(x)\le f\left(\frac{\pi}{6}\right)$，若存在 $x_1,x_2,x_3\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，$f(x_1)+f(x_2)<f(x_3)$ 成立，则 b 的取值范围为__________．

16．已知函数 $f(x)=x^a-a\ln x\ (a>0)$，$g(x)=e^x-x$，若 $x\in[1,e^2]$ 时，$f(x)\le g(x)$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是____.

三、解答题（共 5 题，每小题 12 分，共 60 分，请写出必要的文字说明或解答过程）

17．$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$\sin B=\frac{1}{3}$，且______．

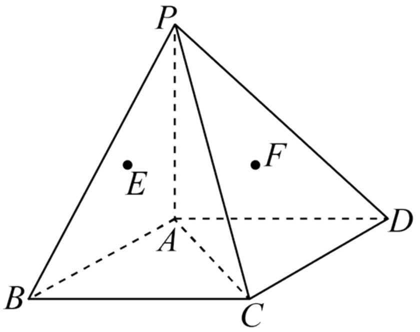
(1)求 $\triangle ABC$ 的面积；

(2)若 $\sin A\sin C=\frac{\sqrt{2}}{3}$，求 b．

在① $a^2-b^2+c^2=2$，② $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=-1$ 这两个条件中任选一个，补充在横线中，并解答．

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

18．已知四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，若 $\angle ABC=\frac{\pi}{4}$，$PA=AB=2$，E，F 分别为 $\triangle PAB$，$\triangle PCD$ 的重心．



(1)求证：$EF//$ 平面 PBC；

(2)当 $PD\perp AC$ 时，求平面 PEF 与平面 PAD 所成角的正切值．

19．2022 年 10 月 16 日至 10 月 22 日，中国共产党第二十次全国代表大会在北京召开，此次大会是在全党全国各族人民迈上全面建设社会主义现代化国家新征程、向第二个百年奋斗目标进军的关键时刻召开的一次十分重要的大会.在树人中学团委的组织下，高二年级各班团支部举行了“学习二十大，做有为青年”的知识竞赛活动，经过激烈竞争，高二（1）班（以下简称一班）和高二（3）班（以下简称三班）进入了最后的年级决赛，决赛规定：共进行 5 轮比赛，每轮比赛每个班可以从 A，B 两个题库中任选 1 题作答，在前两轮比赛中每个班的题目必须来自同一题库，后三轮比赛中每个班的题目必须来自同一题库，A 题库每题 20 分，B 题库每题 30 分，一班能正确回答 A、B 题库每题的概率分别为 $\frac{3}{4}$、$\frac{1}{2}$，三班能正确回答 A、B 题库每题的概率均为 $\frac{2}{3}$，且每轮答题结果互不影响.

(1)若一班前两轮选 A 题库，后三轮选 B 题库，求其总分不少于 100 分的概率；

(2)若一班和三班在前两轮比赛中均选了 B 题库，而且一班两轮得分 60 分，三班两轮得分 30 分，一班后三轮换成 A 题库，三班后三轮不更换题库，设一班最后的总分为 X，求 X 的分布列，并从每班总分的均值来判断，哪个班赢下这场比赛？

20．平面内动 M 与定点 F 的距离和它到定直线 y 的距离之比是 1: .

(1)求点 M 的轨迹 E 的方程；

(2)过点 F 作两条互相垂直的直线 l l 分别交轨迹 E 于点 A C 和 B D，求四边形 $ABCD$ 面积 的最小值.

21（12 分）已知函数 $f(x)=e^{2x}-ax-2$.

(1)若 $f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y=3$，求实数 a 的值；

(2)设 $g(x)=x-3\ln\frac{x}{3}$，在（1）的条件下，若满足 $f(m)=g(n)$ $(m>0, n>3)$，求证：$n<3e$.

四 选做题（请从 22.23 **两题中选做一题，写出必要的文字说明与证明过程，若两题全做，则以** 22 **题为准，每道题目** 10 **分）**

22．在直角坐标系 xoy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\varphi \\ y = 2\sin\varphi \end{cases}$（$\varphi$ 为参数)，以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=\frac{2}{(1-\cos\theta)}$.

(1)求 C_1 的极坐标方程;

(2)A 点极坐标 $(2,\pi)$，B 为 C_2 上的一点，且满足 $|AB|=\sqrt{5}$，求 $|OB|$.

23．已知函数 $f(x)=\left|x-\frac{1}{3}\right|+|x+1|$.

(1)解不等式 $f(x)\le 2$;

(2)若 $g(x)=\left|3x-\frac{a}{2}\right|+2a$,对任意 $x_1\in R$,存在 $x_2\in R$,使得 $f(x_1)+g(x_2)=0$ 成立,求实数 a 的取值范围.

答案解析

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	C	C	B	C	B	D	A	B	B	A	B

1．D【详解】解：由题意得 $A = \{x \mid \quad x < 1\}, B = \{x \mid 0 < x < 1\}$，

$\therefore A \cap B = (0,1)$，故选：D.

2．C【详解】因为复数 $z = 2^{2022} \cdot \frac{i^{2023}}{1+i} = \frac{i}{1+i} = \frac{i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{1+i}{2} = -\frac{5}{2} - \frac{1}{2}i$，

所以复数 z 在复平面内所对应的点为 $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$，该点位于第三象限.故选：C .

3．C【详解】$s = \quad t$，当结果为偶数时，输出，直到 $n = 12$，则

当 $n = 2$ 时，输出 $s = 6$；当 $n = 4$ 时，输出 $s = 10$；

当 $n = 7$ 时，输出 $s = 28$；当 $n = 8$ 时，输出 $s = 36$；

当 $n = 11$ 时，输出 $s = 66$；当 $n = 12$ 时，输出 $s = 78$；

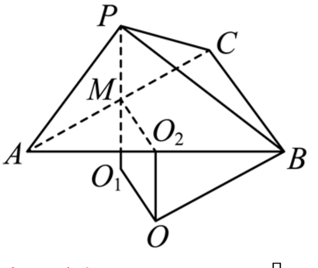
当 $n = 15$ 时，$15 > 12$，输出 $s = 120$，结束.故选：C.

4．B　【详解】解：由频率分布直方图可知，前 3 组的频率分别为 0.1, 0.1, 0.2，第 4 组的频率为 0.4

所以，中位数 $m = 80 + \frac{0.1}{0.4} \times 10 = 82.5$，即 m 满足 $80 \le m \le 85$，对应的评价是良好．故选：B.

5．C　【分析】先找出两个三角形外接圆的圆心及外接球的球心，通过证明 $OO_1 \parallel O_2M$，$O_1M \parallel OO_2$，OO_1MO_2 为平行四边形，进而证得 $BC \perp$ 面 APC，通过勾股定理可求得 PB 的值.

【详解】如图所示，



由题意知，$\angle ABC = 60^\circ$，

所以 $AC = 2\sqrt{3}$，$AC \perp BC$，

所以 AB 的中点即为 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心，记为 O_2，

又因为 $PA = PC = 2$，

所以 $\angle APC=120^{\circ}$，$PM=1$，

所以在 $\triangle APC$ 中，取 AC 的中点 M，连接 PM，则 $\triangle APC$ 的外心必在 PM 的延长线上，记为 O_1，

所以在 $\triangle APC$ 中，因为 $\angle APO_1=60^{\circ}$，$O_1P=O_1A$，所以 $\triangle APO_1$ 为等边三角形，

所以 $O_1P=2$，

（或由正弦定理得：$2O_1P=\dfrac{AC}{\sin\angle APC}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$，$O_1P=2$）

所以 $O_1M=1$，

在 $\triangle ACB$ 中，$O_2B=\frac{1}{2}AB=2$，$O_2M=\frac{1}{2}BC=1$，$O_2M//BC$，

设外接球半径为 R，则 $4\pi R^2=20\pi$，解得：$R=\sqrt{5}$，

设 O 为三棱锥 P-ABC 的外接球球心，则 $OO_2\perp$ 面 ABC，$OO_1\perp$ 面 APC．

所以在 $\mathrm{Rt}\triangle OO_2B$ 中，$OO_2=1$，

又因为在 $\mathrm{Rt}\triangle OO_1P$，$OO_1=\sqrt{OP^2-O_1P^2}=\sqrt{R^2-2^2}=1$，

所以 $OO_1=O_2M=1$，$O_1M=OO_2=1$，

所以四边形 OO_1MO_2 为平行四边形，

所以 $OO_1//O_2M$，

又因为 $O_2M//BC$，

所以 $OO_1//BC$，

又因为 $OO_1\perp$ 面 APC，

所以 $BC\perp$ 面 APC，

所以 $BC\perp PC$，

所以 $PB^2=PC^2+CB^2=2^2+2^2=8$，即：$PB=2\sqrt{2}$．

故选：C.

6．B【分析】根据 $e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{3}$，结合双曲线的结合性质求得 $\dfrac{b}{a}=\sqrt{2}$，进而求得双曲线的渐近线方程.

【详解】由题意知，双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{3}$，

可得 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{3}$，即 $\frac{a^2+b^2}{a^2}=1+\left(\frac{b}{a}\right)^2=3$，解得 $\frac{b}{a}=\sqrt{2}$，

所以双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{a}x=\pm\sqrt{2}x$.

故选：B.

7．D

【分析】利用抽象函数的轴对称与中心对称性的性质，得出函数 $f(x)$ 的对称轴和中心对称点及周期，利用相关性质得出具体函数值，即可得出结果.

【详解】∵ $f(2-x)=f(x)$，∴ $f(x)$ 关于 $x=1$ 对称，

∵ $f(x+2)-1$ 为奇函数，∴由平移可得 $f(x)$ 关于 $(2,1)$ 对称，且 $f(2)=1$，

$\therefore f(-x+2)-1=-[f(x+2)-1]$，即

$f(x+2)+f(2-x)=2$

$\because f(2-x)=f(x)$

$\therefore f(x+2)+f(x)=2$

$\therefore f(x+4)+f(x+2)=2$

上两式比较可得

$f(x)=f(x+4)$

∴函数 $f(x)$ 是以 4 为周期的周期函数. $f(4)=f(0)=2-f(2)=1$，$f(1)=f(3)=1$，

$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+f(4)=4$，$\therefore \sum_{k=1}^{2023}f(k)=4\times\frac{2020}{4}+3f(1)=2023$.

故选：D.

8．A

【分析】根据三视图得到该四棱台腰长为 $\sqrt{2}$，上底长为 4，下底长为 2 的正四棱台求解.

【详解】解：由三视图可知该四棱台为正四棱台，且腰长为 $\sqrt{2}$，

因为上底长为 4，下底长为 2，

所以该棱台的高为 $h=\sqrt{(\sqrt{2})^2-\left(\frac{4-2}{2}\right)^2}=1$，

$\therefore$ 棱台的体积 $V=\frac{1}{3}\times\left(4+16+\sqrt{4\times16}\right)\times1=\frac{28}{3}$，