

算 法 案 例

辗转相除法与更相减损术

高一五班

复习引入:

1. 回顾算法三种表示方法:

(1)、自然语言

(2)、程序框图 (三种逻辑结构)

(3)、程序语言 (五种基本语句)

2. 思索：

小学学过求两个数最大公约数方法？

先用两个公有质因数连续去除，一直除到所得商是互质数为止，然后把全部除数连乘起来。

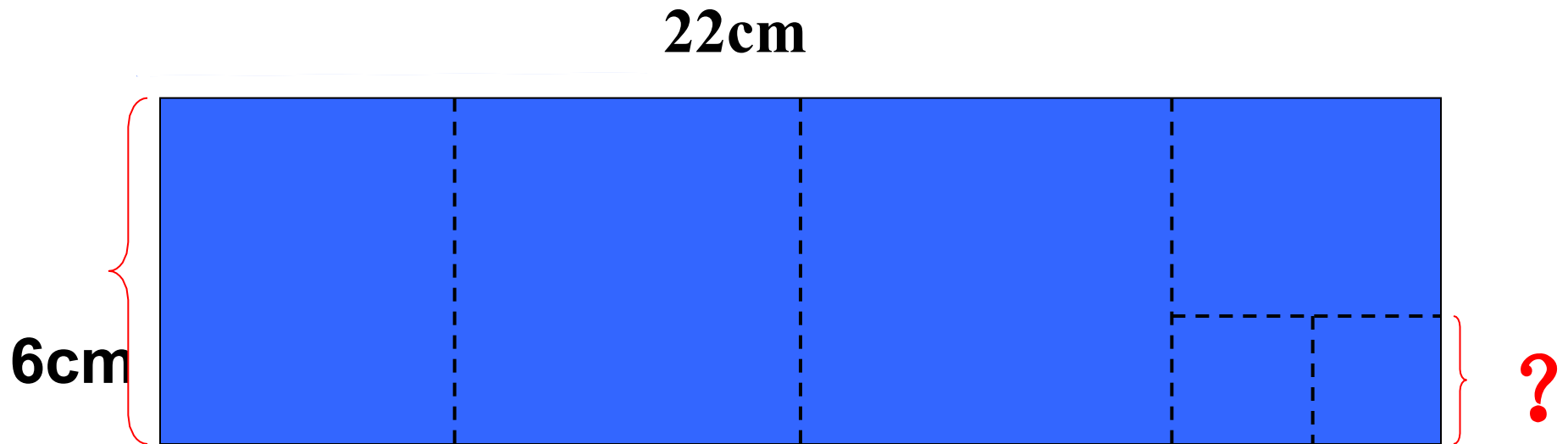
例：求下面两个正整数最大公约数：
求22和6最大公约数

$$\begin{array}{r|l} 2 & 22 \quad 6 \\ \hline & 11 \quad 3 \end{array}$$

所以，22和6最大公约数为2

思索：除了用这种方法外还有没有其它方法？

例：怎样算出8251和6105最大公约数？



试用数学方法，求得此正方形边长？

$$22 = 6 \times 3 + 4;$$

$$6 = 4 \times 1 + 2;$$

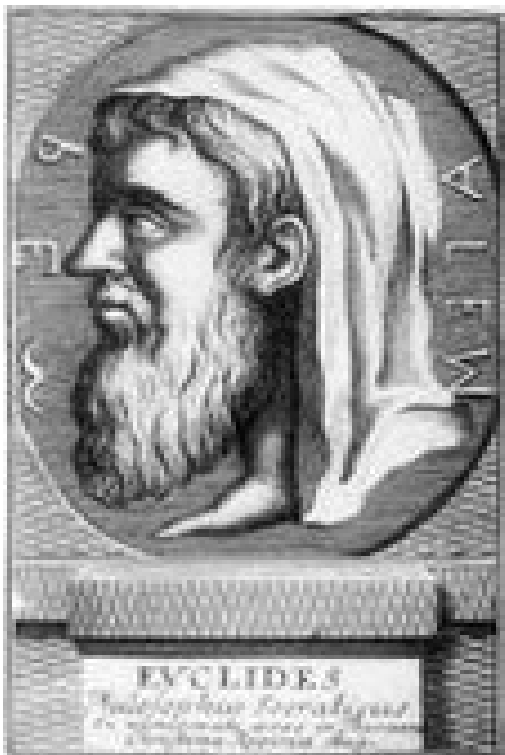
$$4 = 2 \times 2 + 0$$

新课讲解：

一、辗转相除法（欧几里得算法）

1、定义：

所谓辗转相除法，就是对于给定两个数，用较大数除以较小数。若余数不为零，则将余数和较小数组成新一对数，继续上面除法，直到大数被小数除尽，则这时较小数就是原来两个数最大公约数。



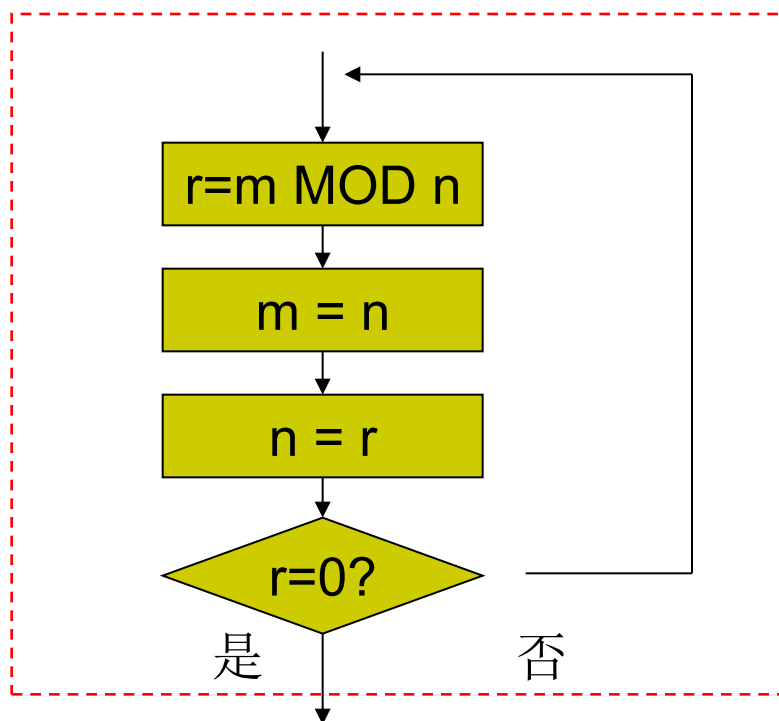
欧几里德

辗转相除法, 又名
欧几里德算法 (Euclidean algorithm) 乃求两个正整数之最大公因子算法。它是已知最古老算法, 其可追溯至3000年前。

思索2：辗转相除法中关键步骤是哪种逻辑结构？

辗转相除法是一个重复执行直到余数等于0才停顿步骤，这实际上是一个循环结构。

用程序框图表示出右边过程



$$m = n \times q + r$$

$$8251 = 6105 \times 1 + 2146$$

$$6105 = 2146 \times 2 + 1813$$

$$2146 = 1813 \times 1 + 333$$

$$1813 = 333 \times 5 + 148$$

$$333 = 148 \times 2 + 37$$

$$148 = 37 \times 4 + 0$$

思索：你能把辗转相除法编成一个计算机程序吗？

(1)、算法步骤：

第一步：输入两个正整数 $m, n (m > n)$.

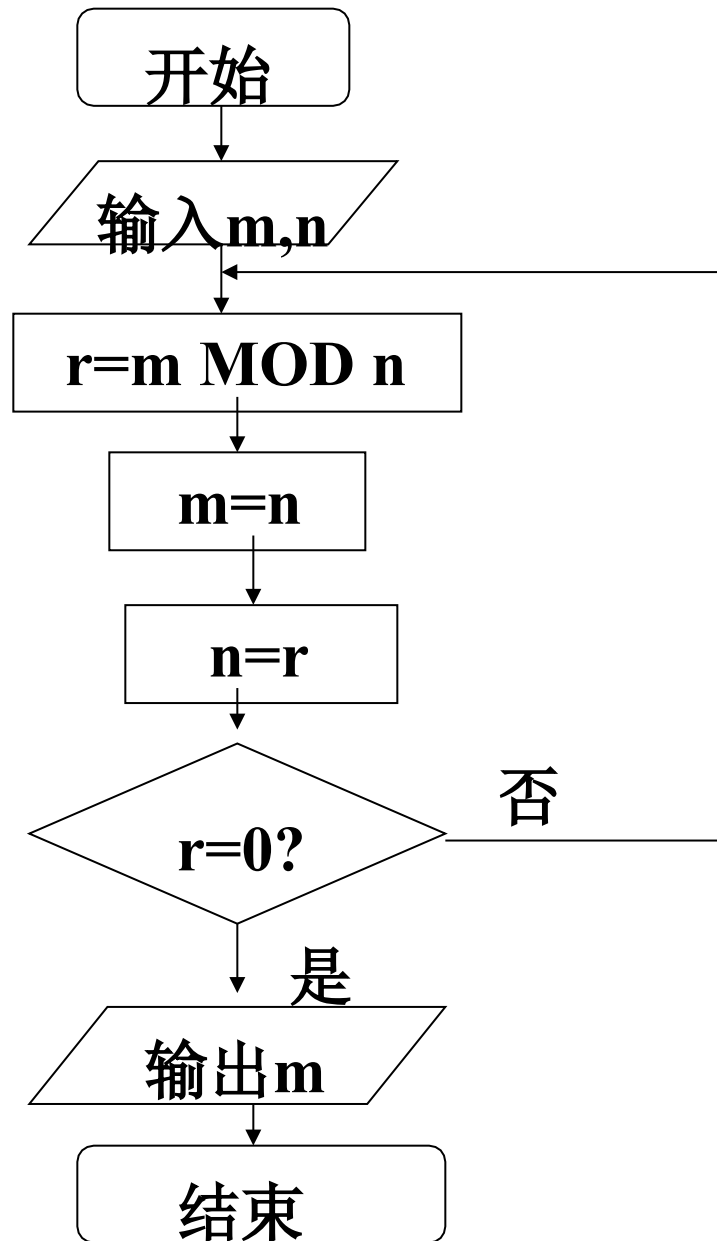
第二步：计算 m 除以 n 所得余数 r .

第三步： $m=n, n=r$.

**第四步：若 $r=0$,则 m, n 最大公约数等于 m ;
不然转到第二步.**

第五步：输出最大公约数 m .

(2)、程序框图：



(3)、程序：

```
INPUT "m,n=";m,n
```

```
DO
```

```
    r=m MOD n
```

```
    m=n
```

```
    n=r
```

```
LOOP UNTIL r=0
```

```
PRINT m
```

```
END
```

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/978065071120006127>