

浙江省金华十校 2022-2023 学年高二上学期数学期末试卷

姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

题号	一	二	三	四	总分
评分					

一、单选题

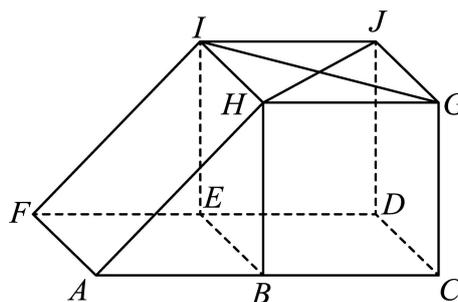
1. 直线 $\sqrt{3}x + y - 2 = 0$ 的倾斜角为()

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
2. 已知空间向量 $\vec{a} = (2, 1, n)$, $\vec{b} = (-1, 2, 1)$, 若 \vec{a} 与 \vec{b} 垂直, 则 n 为 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. -2
3. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 过 C 上一点 P 作抛物线准线的垂线, 垂足为 Q , 若 $\triangle PQF$ 是边长为 4 的正三角形, 则 $p =$ ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 圆 $C_1: x^2 + y^2 = 4$, 圆 $C_2: (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 49$, 则两圆的公切线有 ()

A. 0 条 B. 1 条 C. 2 条 D. 3 条
5. 桁架桥指的是以桁架作为上部结构主要承重构件的桥梁. 桁架桥一般由主桥架、上下水平纵向联结系、桥门架和中间横撑架以及桥面系组成. 下面是某桁架桥模型的一段, 它是由一个正方体和一个直三棱柱构成. 其中 $AB = BH$, 那么直线 AH 与直线 IG 所成角的余弦值为 ()



- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
6. 小芳“双 11”以分期付款的方式购买一台标价 6600 元的笔记本电脑, 购买当天付了 2600 元, 以后的八个月, 每月 11 日小芳需向商家支付 500 元分期款, 并加付当月所有欠款产生的一个月的利息 (月利率为 2%), 若 12 月算分期付款的首月, 则第 3 个月小芳需要给商家支付 ()

A. 550 元 B. 560 元 C. 570 元 D. 580 元
 7. 有以下三条轨迹:

① 已知圆 $A: (x + 1)^2 + y^2 = 9$, 圆 $B: (x - 1)^2 + y^2 = 1$, 动圆 P 与圆 A 内切, 与圆 B 外切, 动圆圆心 P

的运动轨迹记为 C_1 ;

②已知点 A, B 分别是 x, y 轴上的动点, O 是坐标原点, 满足 $|AB| = 4$, AB, AO 的中点分别为 M, N, MN 的中点为 P, 点 P 的运动轨迹记为 C_2 ;

③已知 $A(-5, 0)$, $B(5, 0)$, 点 P 满足 PA, PB 的斜率之积为 $\frac{4}{9}$, 点 P 的运动轨迹记为 C_3 . 设曲线 C_1, C_2, C_3 的离心率分别是 e_1, e_2, e_3 , 则 ()

- A. $e_1 < e_2 < e_3$ B. $e_1 < e_3 < e_2$ C. $e_2 < e_1 < e_3$ D. $e_3 < e_1 < e_2$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 是各项为正数的等比数列, 公比为 q, 在 a_1, a_2 之间插入 1 个数, 使这 3 个数成等差数列, 记公差为 d_1 , 在 a_2, a_3 之间插入 2 个数, 使这 4 个数成等差数列, 公差为 d_2, \dots , 在 a_n, a_{n+1} 之间插入 n 个数, 使这 $n+2$ 个数成等差数列, 公差为 d_n , 则 ()

- A. 当 $0 < q < 1$ 时, 数列 $\{d_n\}$ 单调递减
B. 当 $q > 1$ 时, 数列 $\{d_n\}$ 单调递增
C. 当 $d_1 > d_2$ 时, 数列 $\{d_n\}$ 单调递减
D. 当 $d_1 < d_2$ 时, 数列 $\{d_n\}$ 单调递增

二、多选题

9. 已知双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$, 则 ()

- A. 渐近线方程为 $y = \pm \frac{3}{2}x$ B. 焦点坐标是 $(\pm\sqrt{13}, 0)$
C. 离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. 实轴长为 4

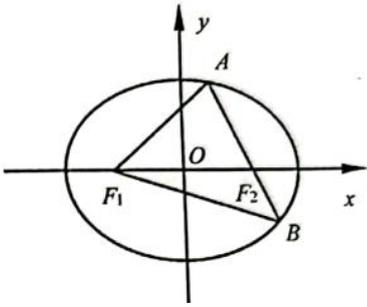
10. 自然界中存在一个神奇的数列, 比如植物一年生长新枝的数目, 某些花朵的花数, 具有 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21……, 这样的规律, 从第三项开始每一项都是前两项的和, 这个数列称为斐波那契数列. 设数列 $\{a_n\}$ 为斐波那契数列, 则有 $a_n + a_{n+1} = a_{n+2} (n \in N^+)$, 以下是等差数列的为 ()

- A. $a_{2021}, a_{2022}, a_{2023}$ B. $a_{2021}, a_{2023}, a_{2024}$
C. $S_{2021}, S_{2022}, S_{2023}$ D. $S_{2021}, S_{2023}, S_{2024}$

11. 已知平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的所有棱长都为 1, $\angle BAD = 60^\circ$, 设 $\angle A_1AB = \alpha$, $\angle A_1AD = \beta$. ()

- A. 若 $\alpha = \beta = 90^\circ$, 则直线 $A_1C \perp$ 平面 C_1BD
B. 若 $\alpha = \beta = 90^\circ$, 则平面 $ABCD \perp$ 平面 ACC_1A_1
C. 若 $\alpha = \beta = 60^\circ$, 则直线 $A_1C \perp$ 平面 BDD_1B_1
D. 若 $\alpha = \beta = 60^\circ$, 则平面 $ABB_1A_1 \perp$ 平面 $ABCD$

12. 已知椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线交椭圆于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点, 设 $|BF_2| = a_1, |AF_2| = a_2, |AF_1| = a_3, |BF_1| = a_4$, 已知 a_1, a_2, a_3 成等差数列, 公差为 d, 则 ()



A. a_2, a_3, a_4 成等差数列

B. 若 $d = 1$, 则 $b^2 = \frac{3}{2}$

C. $x_2 = 3x_1$

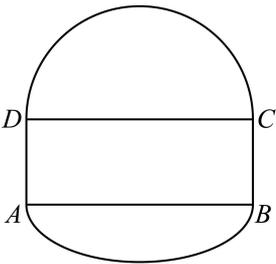
D. $y_2 = 3y_1 + 2$

三、填空题

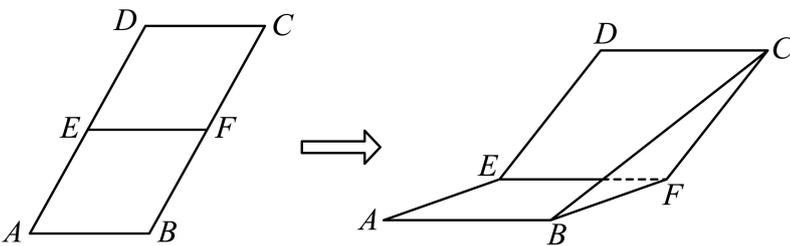
13. 直线 $l_1: 3x - 4y - 5 = 0$, 直线 $l_2: 3x - 4y + 4 = 0$, 则 l_1, l_2 之间的距离是_____.

14. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 0, a_{n+1} - a_n = 2n$, 则 $a_n =$ _____.

15. 老张家的庭院形状如图, 中间部分是矩形 $ABCD$, $AB = 8, BC = 3$ (单位: m), 一边是以 CD 为直径的半圆, 另外一边是以 AB 为长轴的半个椭圆, 且椭圆的一个顶点 M 到 AB 的距离是 $2m$, 要在庭院里种两棵树, 想让两棵树距离尽量远, 请你帮老张计算一下, 这个庭院里相距最远的两点间距离是_____m.



16. 如图, 已知平行四边形 $ABCD$, $AB = 2, BC = 4, \angle A = 60^\circ$, E, F 分别是 AD, BC 的中点. 现将四边形 $CDEF$ 沿着直线 EF 向上翻折, 则在翻折过程中, 当点 A 到直线 BC 的距离为 $\sqrt{2}$ 时, 二面角 $A - EF - D$ 的余弦值为_____.



四、解答题

17. 已知等差数列 $\{a_n\}$, 正项等比数列 $\{b_n\}$, 其中 $\{b_n\}$ 的前 n 项和记为 S_n , 满足 $a_1 = b_1 = 2, a_3 = b_3, a_5 = S_3$.

(1) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $c_n = a_n b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. 圆 C 经过点 $A(1, 2)$ 与直线 $x + y - 5 = 0$ 相切, 圆心 $C(a, b)$ 的横、纵坐标满足 $a = 2b (a > 0)$.

(1) 求圆 C 的标准方程;

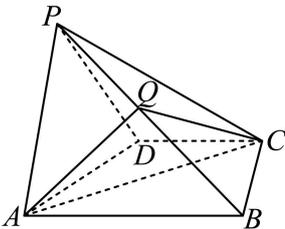
(2) 直线 $l: mx + 2y - 3m - 1 = 0$ 交圆 C 于 A, B 两点, 当 $|AB| = \sqrt{3}$ 时, 求直线 l 的方程.

19. 已知直线 l 过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点 F , 与抛物线 C 交于 A, B 两点.

(1) 若 l 的倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$, 求 $|AB|$;

(2) 若在抛物线 C 上有且仅有一点 P (异于 A, B), 使得 $PA \perp PB$, 求直线 l 的方程和相应点 P 的坐标.

20. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB \perp BC$, $AB = 3$, $BC = CD = PD = 2$, $\angle PDC = 120^\circ$, PD 与平面 $ABCD$ 所成角的大小为 60° , 点 Q 为线段 PB 上一点.



(1) 若 $CQ \parallel$ 平面 PAD , 求 $\frac{PQ}{PB}$ 的值;

(2) 若四面体 $Q-ABC$ 的体积为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, 求直线 AB 与平面 AQC 所成角的大小.

21. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_n, \sqrt{2S_n}, a_{n+1} (n \in N^*)$ 成等比数列.

(1) 若 $\{a_n\}$ 为等差数列, 求 a_1 ;

(2) 令 $c_n = (a_{2n-1} + a_{2n}) \cdot 3^{-\frac{n+2}{3}}$, 是否存在正整数 k , 使得 c_k 是 c_{k+1} 与 c_{k+2} 的等比中项? 若存在, 求出所

有满足条件的 a_1 和 k ，若不存在，请说明理由.

22. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ ，斜率为 1 的直线过双曲线 C 上一点 $A(2\sqrt{3}, \sqrt{3})$ 交该曲线于另一点 B ，且线段 AB 中点的横坐标为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 已知点 $M(m, n)$ 为双曲线 C 上一点且位于第一象限，过 M 作两条直线 l_1, l_2 ，且直线 l_1, l_2 均与圆 $x^2 + (y - n)^2 = 1$ 相切. 设 l_1 与双曲线 C 的另一个交点为 P ， l_2 与双曲线 C 的另一个交点为 Q ，则当 $|PQ| = 8\sqrt{11}$ 时，求点 M 的坐标.

答案解析部分

1. 【答案】 C

【解析】 【解答】 \because 直线 $\sqrt{3}x+y-2=0$ 的斜率 $k=-\sqrt{3}$, 设倾斜角为 θ , 则 $\tan\theta=-\sqrt{3}$

\therefore 直线 $\sqrt{3}x+y-2=0$ 倾斜角为 $\frac{2\pi}{3}$.

故答案为: C.

【分析】 利用已知条件结合直线的斜率与直线的倾斜角的关系式, 进而得出直线的倾斜角。

2. 【答案】 A

【解析】 【解答】 $\because \vec{a}$ 与 \vec{b} 垂直,

$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = -2 + 2 + n = 0$, 解得 $n = 0$,

故答案为: A.

【分析】 利用已知条件结合数量积为 0 两向量垂直的等价关系, 再结合数量积的坐标表示, 进而得出 n 的值。

3. 【答案】 B

【解析】 【解答】 由题知 $F(\frac{p}{2}, 0)$, 因为 $\triangle PQF$ 是边长为 4 的正三角形,

所以 $|PF| = |QF| = |PQ| = 4$,

根据抛物线定义可知 $x_P + \frac{p}{2} = 4$, 即 $x_P = 4 - \frac{p}{2}$,

所以 $y_P^2 = 2p(4 - \frac{p}{2})$, 故 $P(4 - \frac{p}{2}, \pm \sqrt{2p(4 - \frac{p}{2})})$, 所以 $Q(-\frac{p}{2}, \pm \sqrt{2p(4 - \frac{p}{2})})$,

所以 $|QF| = \sqrt{p^2 + (\pm \sqrt{2p(4 - \frac{p}{2})})^2} = 4$, 解得: $p = 2$.

故答案为: B

【分析】 由抛物线的标准方程得出焦点坐标, 利用三角形 $\triangle PQF$ 是边长为 4 的正三角形, 所以 $|PF| = |QF| = |PQ| = 4$, 根据抛物线定义可知点 P 的坐标, 进而得出点 Q 的坐标, 再结合两点距离公式得出和已知条件得出 p 的值。

4. 【答案】 B

【解析】 【解答】 圆 $C_1: x^2 + y^2 = 4$, 圆心为 $C_1(0, 0)$, 半径 $r_1 = 2$.

圆 $C_2: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 49$, 圆心为 $C_2(3, 4)$, 半径 $r_2 = 7$.

注意到圆心距 $|C_1C_2| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 = r_2 - r_1$, 则两圆相内切, 故公切线条数为 1.

故答案为: B

【分析】利用已知条件结合两圆位置关系判断方法判断出两圆内切，再结合两圆的位置关系得出两圆公切线的条数。

5. 【答案】D

【解析】【解答】以 E 为坐标原点，EB，ED，EI 所在直线分别为 x 轴，y 轴，z 轴，建立空间直角坐标系，设 $AB = BH = a$ ，

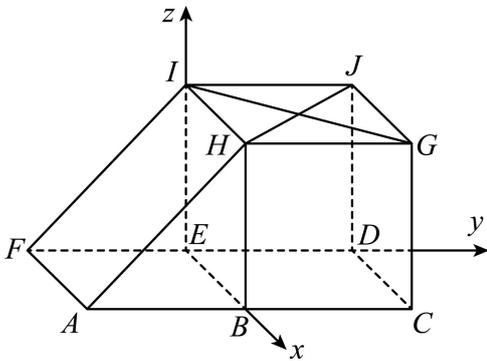
则 $A(a, -a, 0)$ ， $H(a, 0, a)$ ， $I(0, 0, a)$ ， $G(a, a, a)$ ，

$\overrightarrow{AH} = (0, a, a)$ ， $\overrightarrow{IG} = (a, a, 0)$ ，

设直线 AH 与直线 IG 所成角为 θ ，

$$\cos\theta = |\cos\langle \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{IG} \rangle| = \frac{|\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{IG}|}{|\overrightarrow{AH}| \cdot |\overrightarrow{IG}|} = \frac{|(0, a, a) \cdot (a, a, 0)|}{\sqrt{2a} \cdot \sqrt{2a}} = \frac{a^2}{2a^2} = \frac{1}{2}$$

故直线 AH 与直线 IG 所成角的余弦值为 $\frac{1}{2}$ 。



故答案为：D

【分析】以 E 为坐标原点，EB，ED，EI 所在直线分别为 x 轴，y 轴，z 轴，建立空间直角坐标系，设 $AB = BH = a$ ，从而得出点的坐标，再结合向量的坐标表示得出向量的坐标，再利用数量积求向量夹角公式得出直线 AH 与直线 IG 所成角的余弦值。

6. 【答案】B

【解析】【解答】第 3 个月小芳需要给商家支付 $500 + (4000 - 2 \times 500) \times 2\% = 560$ 元。

故答案为：B.

【分析】利用已知条件结合函数建模的方法得出第 3 个月小芳需要给商家支付的钱数。

7. 【答案】A

【解析】【解答】①，设动圆圆心 $P(x, y)$ ，半径为 r ，

由题意可知：圆 A: $(x + 1)^2 + y^2 = 9$ 的圆心坐标 $A(-1, 0)$ ，半径 $r_1 = 3$ ；

圆 $B: (x-1)^2 + y^2 = 1$ 的圆心坐标 $B(1, 0)$, 半径 $r_2 = 1$;

由条件可知: $|PA| = 3 - r$, $|PB| = 1 + r$, 所以 $|PA| + |PB| = 4 > |AB| = 2$,

所以点 P 的轨迹方程为: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 (x \neq 2)$, 则 $e_1 = \frac{1}{2}$;

② 设 $A(m, 0)$, $B(0, n)$, 则 $m^2 + n^2 = 16$, 由中点坐标公式可得: $M(\frac{m}{2}, \frac{n}{2})$, $N(\frac{m}{2}, 0)$, 所以 MN 的中点 $P(\frac{m}{2}, \frac{n}{4})$, 因为 $m^2 + n^2 = 16$, 所以点 P 的坐标满足 $(2x)^2 + (4y)^2 = 16$, 也即 $C_2: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, 所以 $e_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

③ 设点 $P(x, y)$, 由题意可知: $\frac{y-0}{x+5} \cdot \frac{y-0}{x-5} = \frac{4}{9} (x \neq \pm 5)$,

整理化简可得: $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{100} = 1 (x \neq \pm 5)$, 所以 $a = 5$, $b = \frac{10}{3}$,

则 $e_3 = \sqrt{\frac{c^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{13}}{3}$,

所以 $e_3 > e_2 > e_1$,

故答案为: A.

【分析】 ① 设动圆圆心 $P(x, y)$, 半径为 r , 由题意可知圆 $A: (x+1)^2 + y^2 = 9$ 的圆心坐标和半径长, 再利用圆 $B: (x-1)^2 + y^2 = 1$ 得出圆心坐标和半径长, 由条件可知: $|PA| = 3 - r$, $|PB| = 1 + r$, 所以 $|PA| + |PB| = 4 > |AB| = 2$, 再结合椭圆的定义得出点 P 的轨迹方程为: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 (x \neq 2)$, 再结合椭圆的离心率公式得出椭圆的离心率 e_1 的值;

② 设 $A(m, 0)$, $B(0, n)$, 则 $m^2 + n^2 = 16$, 由中点坐标公式可得 M, N 的坐标, 再结合中点坐标公式得出 MN 的中点 P 的坐标, 再利用 $m^2 + n^2 = 16$, 所以点 P 的坐标满足 $(2x)^2 + (4y)^2 = 16$, 进而得出椭圆 $C_2: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, 再结合椭圆的离心率公式得出椭圆的离心率 e_2 的值;

③ 设点 $P(x, y)$, 由题意结合两点求斜率公式可知 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{100} = 1 (x \neq \pm 5)$, 进而得出 a, b 的值, 再利用双曲线的离心率公式得出 e_3 的值, 再结合比较法, 所以 $e_3 > e_2 > e_1$ 。

8. 【答案】D

【解析】 【解答】 数列 $\{a_n\}$ 是各项为正数的等比数列, 则公比为 $q > 0$,

由题意 $a_{n+1} = a_n + (n+1)d_n$, 得 $d_n = \frac{a_{n+1} - a_n}{n+1} = \frac{a_n(q-1)}{n+1}$,

$0 < q < 1$ 时, $d_n < 0$, 有 $\frac{d_{n+1}}{d_n} = \frac{q(n+1)}{n+2} < 1$, $d_{n+1} > d_n$, 数列 $\{d_n\}$ 单调递增, A 选项错误;

$q > 1$ 时, $d_n > 0$, $\frac{d_{n+1}}{d_n} = \frac{q(n+1)}{n+2}$, 若数列 $\{d_n\}$ 单调递增, 则 $\frac{q(n+1)}{n+2} > 1$, 即 $q > \frac{n+2}{n+1}$, 由 $n \in N^*$, 需要 $q > \frac{3}{2}$,

B 选项错误;

$d_1 > d_2$ 时, $\frac{a_1(q-1)}{2} > \frac{a_1q(q-1)}{3}$, 解得 $1 < q < \frac{3}{2}$,

$q > 1$ 时, $d_n > 0$, 由 $\frac{d_{n+1}}{d_n} = \frac{q(n+1)}{n+2}$, 若数列 $\{d_n\}$ 单调递减, 则 $\frac{q(n+1)}{n+2} < 1$, 即 $q < \frac{n+2}{n+1} = 1 + \frac{1}{n+1}$, 而 $1 < q < \frac{3}{2}$

不能满足 $q < 1 + \frac{1}{n+1} (n \in N^*)$ 恒成立, C 选项错误;

$d_1 < d_2$ 时, $\frac{a_1(q-1)}{2} < \frac{a_1q(q-1)}{3}$, 解得 $0 < q < 1$ 或 $q > \frac{3}{2}$, 由 AB 选项的解析可知, 数列 $\{d_n\}$ 单调递增, D 选项正确.

故答案为: D

【分析】利用已知条件结合等比数列的定义和等差数列的定义, 再结合数列的单调性和恒成立问题求解方法, 进而找出正确的选项.

9. 【答案】A,B,D

【解析】【解答】由双曲线方程为: $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$, 焦点在 x 轴,

所以 $a = 2$, $b = 3$, $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{13}$,

所以渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x = \pm \frac{3}{2}x$, A 符合题意,

焦点坐标为 $(\pm \sqrt{13}, 0)$, B 符合题意,

离心率为: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{13}}{2}$, C 不符合题意,

实轴长为: $2a = 4$, D 符合题意,

故答案为: ABD.

【分析】利用已知条件结合双曲线的渐近线方程求解方法、焦点坐标求解方法、双曲线的离心率公式、双曲线的实轴长求解方法, 进而找出正确的选项.

10. 【答案】B,D

【解析】【解答】由题意: $a_n + a_{n+1} = a_{n+2} (n \in N^+)$, ①

所以 $a_{n+1} + a_{n+2} = a_{n+3} (n \in N^+)$, ②

②-①得: $a_{n+2} - a_n = a_{n+3} - a_{n+2} \Rightarrow 2a_{n+2} = a_{n+3} + a_n$,

所以数列 a_n, a_{n+2}, a_{n+3} 或数列 a_{n+3}, a_{n+2}, a_n 成等差数列,

令 $n = 2021$, 则 $a_{2021}, a_{2023}, a_{2024}$ 成等差数列, B 符合题意, A 不符合题意,

由 $a_n + a_{n+1} = a_{n+2}$,

所以 $S_{n+1} - S_{n-1} = S_{n+2} - S_{n+1} \Rightarrow 2S_{n+1} = S_{n+2} + S_{n-1}$,

所以 $S_{n-1}, S_{n+1}, S_{n+2}$ 成等差数列,

令 $n = 2022$, 则 $S_{2021}, S_{2023}, S_{2024}$ 成等差数列, D 符合题意, C 不符合题意.

故答案为: BD.

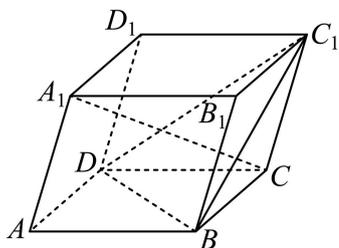
【分析】利用已知条件结合斐波那契数列的定义, 再结合递推公式变形和等差数列的定义以及等差数列的前 n 项和公式, 进而找出等差数列的选项.

11. 【答案】B,C

【解析】【解答】对于 A, 若 $\alpha = \beta = 90^\circ$, $\overrightarrow{A_1C} \cdot \overrightarrow{BC_1} = (\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{A_1A}) \cdot (\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BC})$
 $= \overrightarrow{A_1B_1} \cdot \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{A_1B_1} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{A_1D_1} \cdot \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{A_1D_1} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{A_1A} \cdot \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{A_1A} \cdot \overrightarrow{BC}$
 $= 0 + 1 \times 1 \times \cos 60^\circ + 0 + 1 \times 1 \times \cos 0^\circ + 1 \times 1 \times \cos 180^\circ + 0 = \frac{1}{2} \neq 0,$

所以 $\overrightarrow{A_1C}$ 与 $\overrightarrow{BC_1}$ 不垂直, 又因为 $BC_1 \subset$ 平面 C_1BD ,

所以直线 A_1C 与平面 C_1BD 不垂直, A 不符合题意;



对于 B, 若 $\alpha = \beta = 90^\circ$, 则 $A_1A \perp AB$, $A_1A \perp AD$, 又因为 $AB \cap AD = A$, 且 $AB, AD \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $A_1A \perp$ 平面 $ABCD$, 又因为 $A_1A \subset$ 平面 A_1ACC_1 ,

所以平面 $A_1ACC_1 \perp$ 平面 $ABCD$, B 符合题意;

对于 C, 若 $\alpha = \beta = 60^\circ$,

因为 $\overrightarrow{A_1C} \cdot \overrightarrow{BB_1} = (\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{A_1A}) \cdot \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{A_1B_1} \cdot \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{A_1D_1} \cdot \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{A_1A} \cdot \overrightarrow{BB_1}$
 $= 1 \times 1 \times \cos 60^\circ + 1 \times 1 \times \cos 60^\circ + 1 \times 1 \times \cos 180^\circ = 0$, 所以 $A_1C \perp BB_1$,

又因为 $\overrightarrow{A_1C} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{A_1A}) \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB})$

$$= \overrightarrow{A_1B_1} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{A_1B_1} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A_1D_1} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{A_1D_1} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A_1A} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{A_1A} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$= 1 \times 1 \times \cos 60^\circ - 1 \times 1 \times \cos 0^\circ + 1 \times 1 \times \cos 0^\circ - 1 \times 1 \times \cos 60^\circ + 1 \times 1 \times \cos 120^\circ - 1 \times 1 \times \cos 120^\circ = 0,$$

所以 $A_1C \perp BD$, 因为 $BD \cap B_1B = B$, $BD, B_1B \subset$ 平面 B_1BDD_1 ,

所以直线 $A_1C \perp$ 平面 BDD_1B_1 , C 符合题意;

对于 D, 如图: 连接 A_1D, BD , 取 AB 的中点 E , 连接 A_1E, DE .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/978115065003007006>