2021年福建省高考数学考前适应性试卷（二）

一、单选题（本大题共8小题，共40.0分）

1. (2021·福建省·模拟题)已知集合$M=\{x|x^2-6x+8\leq 0\}$，$N=\{x|1<x<3\}$，则$M\cap N=(\quad)$

A. $\{x|2<x\leq 3\}$　B. $\{x|2\leq x<3\}$　C. $\{x|1\leq x<4\}$　D. $\{x|1<x\leq 4\}$

2. (2021·福建省·模拟题)向量$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(x,1)$.若$(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-\vec{b})$，则$x=(\quad)$

A. -2　B. $\pm\sqrt{2}$　C. ± 2　D. 2

3. (2021·福建省·模拟题)法国数学家棣莫弗$(1667-1754)$发现的公式$(cosx+isinx)^n=cosnx+isinnx$推动了复数领域的研究.根据该公式，可得$(\cos\frac{\pi}{8}+isin\frac{\pi}{8})^4=(\quad)$

A. 1　B. i　C. -1　D. $-i$

4. (2021·山东省临沂市·单元测试)方程$2^{x-1}+x=5$的解所在的区间是$(\quad)$

A. $(0,1)$　B. $(1,2)$　C. $(2,3)$　D. $(3,4)$

5. (2021·福建省·模拟题)已知$\theta\in(0,\frac{\pi}{2})$，且$\frac{cos2\theta}{\sin(\theta-\frac{\pi}{4})}=-\frac{7\sqrt{2}}{5}$，则$tan2\theta=(\quad)$

A. $\frac{7}{24}$　B. $\frac{24}{7}$　C. $\pm\frac{7}{24}$　D. $\pm\frac{24}{7}$

6. (2021·福建省·模拟题)已知圆锥的顶点为P，母线PA，PB，PC两两垂直且长为3，则该圆锥的体积为$(\quad)$

A. $\sqrt{3}\pi$　B. $\sqrt{6}\pi$　C. $2\sqrt{3}\pi$　D. $2\sqrt{6}\pi$

7. (2021·福建省·模拟题)已知函数$f(x)=e^{-x}-e^x$，若$a=f(3^{\sqrt{3}})$，$b=-f(-2)$，$c=f(\log_2 7)$，则a，b，c的大小关系为$(\quad)$

A. $a<b<c$　B. $b<c<a$　C. $c<a<b$　D. $a<c<b$

8. (2021·福建省·模拟题)已知双曲线C：$x^2-y^2=1$，O为坐标原点，F为C的右焦点，过F的直线与C的两条渐近线的交点分别为P，Q.若$\frac{S_{\triangle POF}}{S_{\triangle QOF}}=2$，且$Q$在$P$，$F$之间，则$|PQ|=(\quad)$

A. $\frac{3\sqrt{5}}{4}$　B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　C. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$　D. $\sqrt{5}$

二、多选题（本大题共4小题，共20.0分）

9. (2021·全国·同步练习)已知数列$\{\frac{a_n}{n+2^n}\}$是首项为1，公差为d的等差数列，则下列判断正确的是$(\quad)$

A. $a_1 = 3$

B. 若$d = 1$，则$a_n = n^2 + 2n$

C. a_2可能为6

D. a_1，a_2，a_3可能成等差数列

10. (2021·福建省·模拟题)下列命题中，正确的命题是(　)

A. 已知随机变量服从二项分布$B(n,p)$，若$E(X) = 30$，$D(X) = 20$，则$p = \frac{2}{3}$

B. 将一组数据中的每个数据都加上同一个常数后，方差恒不变

C. 设随机变量ξ服从正态分布$N(0,1)$，若$P(\xi > 1) = p$，则$P(-1 < \xi \leq 0) = \frac{1}{2} - p$

D. 某人在10次射击中，击中目标的次数为X，$X \sim B(10,0.8)$，则当$X = 8$时概率最大

11. (2021·安徽省·单元测试)已知正方体$ABCD - A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，E,F分别是AA_1，CC_1的中点，过E，F的平面α与该正方体的每条棱所成的角均相等，以平面α截该正方体得到的截面为底面，以B_1为顶点的棱锥记为棱锥Ω，则(　)

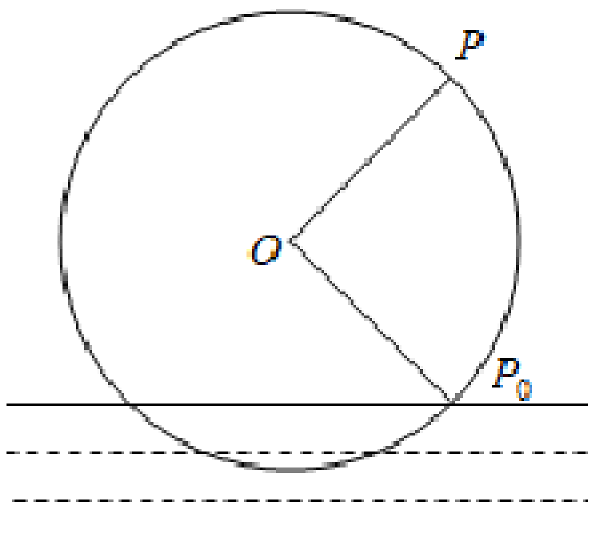
A. 正方体$ABCD - A_1B_1C_1D_1$的外接球的体积为$4\sqrt{3}\pi$

B. 正方体$ABCD - A_1B_1C_1D_1$的内切球的表面积为$\frac{4}{3}\pi$

C. 棱锥Ω的体积为3

D. 棱锥Ω的体积为$\frac{3}{2}$

12. (2021·江苏省·单元测试)一半径为4米的水轮如图所示，水轮圆心O距离水面2米，已知水轮每60秒逆时针转动一圈，如果当水轮上点P从水中浮现时(图中点P_0)开始计时，则(　)



A. 点P第一次到达最高点需要20秒

B. 当水轮转动155秒时，3.点P距离水面2米

C. 当水轮转动50秒时，点P在水面下方，距离水面2米

D. 点P距离水面的高度h(米)与t(秒)的函数解析式为$h = 4sin(\frac{\pi}{30}t + \frac{\pi}{6}) + 2$

三、单空题（本大题共4小题，共20.0分）

13. (2021·福建省泉州市·模拟题)$(x+2)^6$展开式中，二项式系数最大的项的系数为______ .(用数字填写答案)

14. (2021·福建省·模拟题)已知抛物线 $C:y=x^2$的焦点为 F,点 M 在 C 上,且$|MF|=\frac{5}{4}$,则 M 的坐标是______ .

15. (2021·福建省·模拟题)“博饼”是闽南地区中秋佳节的传统民俗游戏，也是国家级非物质文化遗产的代表性项目.博饼的游戏规则是:参与者轮流把 6 颗骰子同时投进一个大瓷碗里，而后根据骰子的向上一面点数组合情况，来决定获奖等次，获奖等次分为 6 类，分别用中国古代科举的排名名称命名，获奖者投出的骰子组合如图所示，根据你所学的概率知识，投出“六杯红”的概率为______ ；投出“状元插金花”的概率为______ .

16. (2021·福建省·模拟题)已知函数$f(x)=ae^x-x+2$，$g(x)=x^2+2$，对任意的$x_1\in[-1,2]$，总存在至少两个不同的$x_2\in R$使得$g(x_1)=f(x_2)$，则 a 的范围是______ .

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70.0 分）

17. (2021·福建省·模拟题)记S_n为等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和,已知$a_1=1$,$S_n=a_{n+1}+t$.

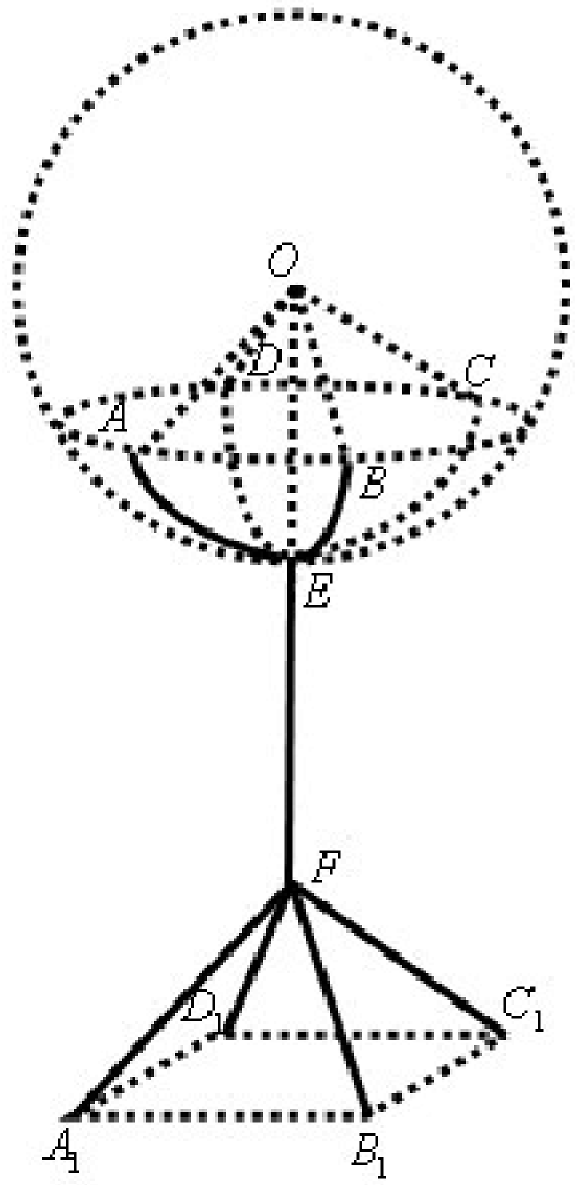
(1)求 t;

(2)求数列$\{(cosn\pi)\cdot a_n\}$的前 n 项和.

18. (2021·福建省·模拟题)某部门要设计一种如图所示的灯架，用来安装球心为 O，半径为R(米)的球形灯泡.该灯架由灯托、灯杆、灯脚三个部件组成，其中圆弧形灯托$\overset{\frown}{EA}$，$\overset{\frown}{EB}$，$\overset{\frown}{EC}$，$\overset{\frown}{ED}$所在圆的圆心都是 O、半径都是R(米)、圆弧的圆心角都是θ(弧度)；灯杆 EF 垂直于地面，杆顶 E 到地面的距离为h(米)，且$h > R$；灯脚FA_1，FB_1，FC_1，FD_1是正四棱锥$F-A_1B_1C_1D_1$的四条侧棱，正方形$A_1B_1C_1D_1$的外接圆半径为R(米)，四条灯脚与灯杆所在直线的夹角都为θ(弧度).已知灯杆、灯脚的造价都是每米a(元)，灯托造价是每米$\frac{a}{3}$(元)，其中 R，h，a 都为常数.设该灯架的总造价为y(元).

(1)求 y 关于θ的函数关系式；

(2)当θ取何值时，y 取得最小值？



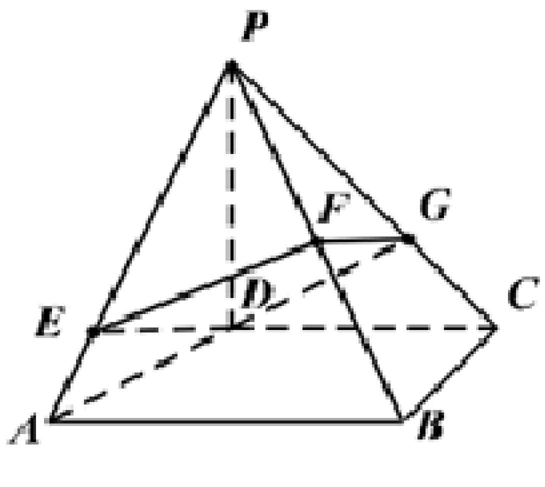
19. (2021·福建省·模拟题)某岗位聘用考核共设置 2 个环节，竞聘者需要参加全部 2 个环节的考核，通过聘用考核需要 2 个环节同时合格，规定：第 1 环节考核 5 个项目

至少连续通过 3 个为合格，否则为不合格；第 2 环节考核 3 个项目至少通过 2 个为合格，否则为不合格.统计已有的测试数据得出第 1 环节每个项目通过的概率均为$\frac{1}{2}$，第 2 环节每个项目通过的概率均为$\frac{1}{3}$，各环节、各项目间相互独立.

(1)求通过改岗位聘用考核的概率；

(2)若第 1 环节考核合格赋分 60 分，考核不合格赋分 0 分；第 2 环节考核合格赋分 40 分，考核不合格分 0 分，记 2 个环节考核后所得赋分为 X，求 X 的分布列与数学期望.

20. (2021·福建省·模拟题)如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PD\perp$平面 $ABCD$，$AB\perp BC$，$AB//CD$，$PD=BC=CD=3$，$AB=4$.过点 D 做四棱锥$P-ABCD$的截面 $DEFG$，分别交 PA，PB，PC 于点 E，F，G，已知 $AE=\frac{1}{4}AP$，$CG=\frac{1}{3}CP$.



(1)求直线 CP 与平面 $DEFG$ 所成的角；

(2)求证：F 为线段 PB 的中点.

21. (2021·福建省·模拟题)设椭圆Γ：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，点 A，B，C 分别为Γ的上，左，右顶点，且$|BC|=4$.

(1)求Γ的标准方程；

(2)点 D 为直线 AB 上的动点，过点 D 作$l//AC$，设 l 与Γ的交点为 P,Q，求$|PD|\cdot|QD|$的最大值．

22. (2021·福建省·模拟题)已知函数$f(x)=x-\ln(x+a)$的最小值为 0，其中$a>0$．

(1)求 a 的值；

(2)求证：对任意的$x\in[0,+\infty)$，$k\in[\frac{1}{2},+\infty)$，有$f(x)\le kx^2$；

(3)记$T_n=\frac{(1+\frac{1}{n^2})(1+\frac{2}{n^2})(1+\frac{3}{n^2})\dots(1+\frac{n}{n^2})}{e^{\frac{n-1}{4n}}}$，$[x]$为不超过 x 的最大整数，求$[T_n]$的值．

答案和解析

1.【答案】B

【知识点】交集及其运算

【解析】解：因为集合$M=\{x|x^2-6x+8\leq 0\}=\{x|2\leq x\leq 4\}$，

$N=\{x|1<x<3\}$，

所以$M\cap N=\{x|2\leq x<3\}$.

故选：B.

求出集合 M，利用交集定义能求出$M\cap N$.

本小题主要考查集合的概念与基本运算、二次不等式的解法等基础知识，考查运算求解等能力，体现基础性，导向对发展数学运算等核心素养的关注，是基础题.

2.【答案】C

【知识点】向量垂直的判断与证明

【解析】解：∵向量$\bar{a}=(1,2)$，$\bar{b}=(x,1)$，

$\therefore \bar{a}+\bar{b}=(1+x,3)$，$\bar{a}\ \bar{b}=(1-x,1)$，

因为$(\bar{a}+\bar{b})\perp(\bar{a}-\bar{b})$，所以 $(\bar{a}+\bar{b})\cdot(\bar{a}-\bar{b})=0$，

即$(1+x)(1-x)+3=0$，解得$x=\pm 2$，

故选：C.

由题意利用向量的垂直的性质，利用两个向量的数量积公式，运算求得 x 的值.

本小题主要考查向量的垂直、向量的运算等基础知识，考查运算求解能力，体现基础性，导向对发展数学运算等核心素养的关注，属于基础题.

3.【答案】B

【知识点】复数的四则运算

【解析】解：根据公式得$(\cos\frac{\pi}{8}+isin\frac{\pi}{8})^4=\cos\frac{\pi}{2}+isin\frac{\pi}{2}=i$，

故选：B.

先由已知定义求出该复数，再由特殊三角函数值即可求解.

本题以新定义为载体，主要考查了复数的基本概念，特殊三角函数值，属于基础题.

4.【答案】C

【知识点】函数零点存在定理

【解析】

【分析】

本题考查函数的零点的判定定理的应用，体现了转化与化归的数学思想，属于基础题.

方程$2^{x-1}+x=5$的解所在的区间就是函数$f(x)=2^{x-1}+x-5$的零点所在的区间，根据函数零点的判定定理可得函数$f(x)$的零点所在的区间，由此可得结论.

【解答】

解:令$f(x)=2^{x-1}+x-5$,则方程$2^{x-1}+x=5$的解所在的区间就是函数$f(x)=2^{x-1}+x-5$的零点所在的区间.

由于$f(2)=4-5=-1$，$f(3)=4+3-5=2>0$，根据函数零点存在的判定定理可得函数$f(x)=2^{x-1}+x-5$的零点所在的区间为$(2,3)$，

故选：C.

5.【答案】D

【知识点】两角和与差的三角函数公式

【解析】解：$\because \frac{cos2\theta}{\sin(\theta-\frac{\pi}{4})}=\frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{\frac{\sqrt{2}}{2}(sin\theta-cos\theta)}=-\sqrt{2}(cos\theta+sin\theta)=-\frac{7\sqrt{2}}{5}$,

$\therefore cos\theta+sin\theta=\frac{7}{5}$,

又$\because \theta\in(0,\frac{\pi}{2})$，且$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$，

$\therefore cos\theta=\frac{3}{5},sin\theta=\frac{4}{5}$或$cos\theta=\frac{4}{5},sin\theta=\frac{3}{5}$，则$tan\theta=\frac{4}{3}$或$\frac{3}{4}$,

故$tan2\theta=\frac{2tan\theta}{1-\tan^2\theta}=\pm\frac{24}{7}$,

故选：D.

根据已知条件，运用二倍角公式及三角函数的同角公式，即可求解.

本题主要考查三角恒等变换、倍角公式、两角和差公式等基础知识，考查运算求解能力，属于基础题.

6.【答案】C

【知识点】圆柱、圆锥、圆台的侧面积、表面积和体积

【解析】解：可得$\triangle ABC$为圆锥底面圆的内接正三角形，且边长为$3\sqrt{2}$，

由正弦定理得圆锥底面圆的半径$r=\sqrt{6}$，圆锥的高$h=\sqrt{3}$，

由圆锥的体积公式得$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=2\sqrt{3}\pi$,

故选：C.

求出底面边长，底面外接圆的半径，然后求解圆锥的体积.

本题考查圆锥的几何性质、度量关系等基础知识；考查空间想象、推理论证、运算求解等能力；考查数形结合、化归与转化等思想；体现综合性，导向对发展数学运算、逻辑推理、直观想象等核心素养的关注.

7.【答案】D

【知识点】函数的奇偶性

【解析】解：根据题意，函数$f(x) = e^{\ \ x} \ \ e^{x}$，其定义域为$R$，

有$f(\ \ x) = e^{x} \ \ e^{\ \ x} = \ \ (e^{\ \ x} \ \ e^{x}) = \ \ f(x)$，$f(x)$为奇函数，

而$f'(x) = \ \ e^{\ \ x} \ \ e^{x} = \ \ (e^{\ \ x} + e^{x}) < 0$，

则$y = f(x)R$上的减函数，

又$3\sqrt{3} > 3, 2 < log_2 7 < 3$，所以$a < c < b$，

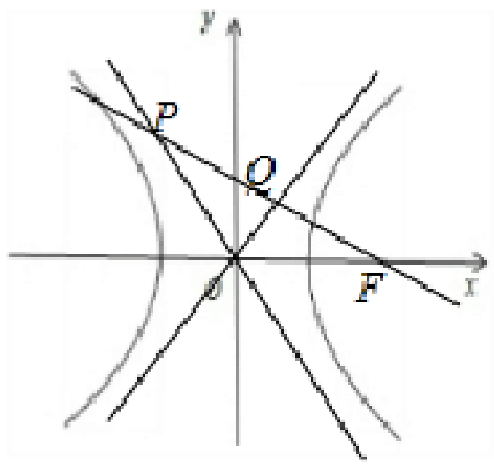
故选：D.

根据题意，先分析$f(x)$的奇偶性，求出函数的导数，分析可得$y = f(x)R$上的减函数，据此分析可得答案.

本题考查函数的奇偶性、单调性的综合应用，注意分析$f(x)$的奇偶性和单调性，属于中档题.

8.【答案】B

【知识点】双曲线的性质及几何意义



【解析】解：因为双曲线方程为：$x^2 \ \ y^2 = 1$，所以其渐近线方程为$y = \pm x$，

设$P(x, \ \ x)$，由$\frac{S_{\triangle POF}}{S_{\triangle QOF}} = 2$，可得$Q$为$PF$的中点，

$\therefore \begin{cases} x_Q = \frac{x+c}{2} \\ y_Q = \frac{\ \ x}{2} \end{cases}$，又$y_Q = x_Q$，

$\therefore x = \ \ \frac{c}{2} = \ \ \frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore P(\ \ \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$，$Q(\frac{\sqrt{2}}{4}, \ \ \frac{\sqrt{2}}{4})$

则$|PQ| = \sqrt{(\frac{3\sqrt{2}}{4})^2 + (\frac{\sqrt{2}}{4})^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

故选：B.

设$P(x,-x)$，由$\frac{S_{\triangle POF}}{S_{\triangle QOF}}=2$，可得$\begin{cases}x_Q=\frac{x\quad c}{2}\\ y_Q=\frac{-x}{2}\end{cases}$，利用又$y_Q=x_Q$，求得$P(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$，$Q(\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{\sqrt{2}}{4})$即可.

本题考查了双曲线的性质，考查了运算能力，属于中档题.

9.【答案】ACD

【知识点】等差数列的性质

【解析】解：由已知可得数列$\{\frac{a_n}{n\quad 2^n}\}$的通项公式为$\frac{a_n}{n\quad 2^n}=1\quad (n-1)d$，

当$n=1$时，$\frac{a_1}{1\quad 2}=1$，解得$a_1=3$，故 A 正确；

若$d=1$，则$\frac{a_n}{n\quad 2^n}=1\quad (n-1)\times 1=n$，所以$a_n=n^2\quad n\cdot 2^n$，故 B 错误；

若$d=0$，则$a_n=n\quad 2^n$，$a_2=6$，故 C 正确；

若a_1，a_2，a_3成等差数列，则$2a_2=a_1\quad a_3$，

即$12\quad 12d=14\quad 22d$，解得$d=-\frac{1}{5}$，故a_1，a_2，a_3可能成等差数列，故 D 正确.

故选：ACD.

利用等差数列的性质和通项公式，逐个选项进行判断即可得解.

本题主要考查等差数列的性质，属于中档题.

10.【答案】BCD

【知识点】n 次独立重复试验与二项分布、命题及其关系、方差与标准差、正态曲线及其性质

【解析】解：对于 A，由题意可得：$\begin{cases}np=30\\ np(1-p)=20\end{cases}$，两式相比可得：$1-p=\frac{2}{3}$，故$p=\frac{1}{3}$，

故 A 错误；

对于 B，由$D(aX\quad b)=a^2D(X)$可知当$a=1$时，$D(X\quad b)=D(X)$，故 B 正确；

对于 C，由$\xi\sim N(0,1)$可知$P(\xi\leq 0)=\frac{1}{2}$，且$P(\xi<-1)=P(\xi>1)=p$，

$\therefore P(-1<\xi\leq 0)=P(\xi\leq 0)-P(\xi<-1)=\frac{1}{2}-p$，故 C 正确；

对于 D，$\frac{P(X=k)}{P(X=k\quad 1)}=\frac{C_{10}^{k}\cdot 0.8^k\cdot 0.2^{10-k}}{C_{10}^{k\quad 1}\cdot 0.8^{k\quad 1}\cdot 0.2^{9-k}}=\frac{k\quad 1}{4(10-k)}$，

$\frac{P(X=k)}{P(X=k-1)}=\frac{C_{10}^{k}\cdot 0.8^k\cdot 0.2^{10-k}}{C_{10}^{k-1}\cdot 0.8^{k-1}\cdot 0.2^{11-k}}=\frac{4(11-k)}{k}$，

令$\begin{cases}\frac{k\quad 1}{4(10-k)}\geq 1\\ \frac{4(11-k)}{k}\geq 1\end{cases}$，解得：$\frac{39}{5}\leq k\leq\frac{44}{5}$，