

## “锐角三角函数”课堂教学设计(陈新智)

九年级数学

第二十八章“锐角三角函数”教材分析

本章包括锐角三角函数的概念以及利用锐角三角函数解直角三角形等内容。锐角三角函数为解直角三角形提供了有效的工具，解直角三角形在实际当中有着广泛的应用，这也为锐角三角函数提供了与实际联系的机会。研究锐角三角函数的直接基础是相似三角形的一些结论，解直角三角形主要依赖锐角三角函数和勾股定理等内容，因此相似三角形和勾股定理等是学习本章的直接基础。

本章重点是锐角三角函数的概念和直角三角形的解法。锐角三角函数的概念既是本章的难点，也是学习本章的关键。难点在于，锐角三角函数的概念反映了角度与数值之间对应的函数关系，这种角与数之间的对应关系，以及用含有几个字母的符号  $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$  表示函数等，学生过去没有接触过，所以对学生来讲有一定难度。至于关键，因为只有正确掌握了锐角三角函数的概念，才能真正理解直角三角形中边、角之间的关系，从而才能利用这些关系解直角三角形。

一、教科书内容与课程学习目标 本章知识结构框图

本章知识的展开顺序如下所示：

## 教科书内容

本章内容分为两节。第一节主要学习正弦、余弦和正切等锐角三角函数的概念，第二节主要研究直角三角形中的边角关系和解直角三角形的内容。第一节内容是第二节的基础，第二节是第一节的应用，并对第

1

一节的学习有巩固和提高的作用。

在节“锐角三角函数”中，教科书先研究了正弦函数，然后在正弦函数的基础上给出余弦函数和正切函数的概念。对于正弦函数，教科书首先设置了一个实际问题，把这个实际问题抽象成数学问题，就是在直角三角形中，已知一个锐角和这个锐角的对边求斜边的问题。于这个锐角是一个特殊的 $30^\circ$ 角，所以可以利用“在直角三角形中， $30^\circ$ 角所对的边是斜边的一半”这个结论来解决这个问题。接下去教科书又提出问题：如果 $30^\circ$ 角所对的边的长度发生改变，那么斜边的长变为多少？解决这个的问题仍然需要利用上述结论。这样就能够使学生体会到“无论直角三角形的大小如何， $30^\circ$ 角所对的边与斜边的比总是一个常数”。这里体现了函数的对应思想，即 $30^\circ$ 角对应数值。接下去，教科书又设置一个“思考”栏目，让学生进一步探讨在直角三角形中， $45^\circ$ 角所对的边与斜边的比有什么特点。利用勾股定理就可以发现这个比值也是一个常数。这样就使学生认识到“无论直角

三角形的大小如何， $45^\circ$ 角所对的边与斜边的比总是一个常数”。通过探讨上面这两个特殊的直角三角形，能够使学生感受到在直角三角形中，如果一个锐角的度数分别是 $30^\circ$ 和 $45^\circ$ ，那么它们所对的边与斜边的比都是常数。这里体现了函数的思想，也为引出正弦函数的概念作了铺垫。有了上面这样的感受，会使学生自然地想到，在直角三角形中，一个锐角取其他一定的度数时，它的对边与斜边的比是否也是常数的问题。这样教科书就进入对一般情况的讨论。对于这个问题，教科书设置了一个“探究”栏目，让学生探究对于两个大小不等的直角三角形，如果有一个锐角对应相等，那么这两个相等的锐角所对的直角边与斜边的比是否相等，利用相似三角形对应边成比例这个结论就可以得到“在直角三角形中，当锐角的度数一定时，不管三角形的大小如何，这个角的对边与斜边的比是一个固定值”。此引出正弦函数的概念。这样引出正弦函数的概念，能够使学生充分感受到函数的思想，即在直角三角形中，对一个锐角的每一个确定的值， $\sin A$  都有唯一确定的值与它对应。在引出正弦函数的概念之后，教科书在一个“探究”栏目中，类比正弦的概念，从边与边的比的角度提出一个开放性问题：在直角三角形中，当一个锐角确定时，这个角的对边与斜边的比就随之确定，此时，其他边之间的比是否也确定了呢？提出这个问题的目的是要引出对余弦函数和正切函数的讨论。于教科书比较详

细地讨论了正弦函数的概念，所以对余弦函数和正切函数概念的讨论采用了直接给出的方式，具体的讨论学生类比正弦函数自己完成。在余弦函数和正切函数的概念给出之后，教科书在边注中分析了锐角三角

## 2

函数的角与数值之间的对应关系，突出了函数的思想。一些特殊角的三角函数值是经常用到的，教科书借助于学生熟悉的两种三角尺研究了  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  角的正弦、余弦和正切值，并以例题的形式介绍了已知锐角三角函数值求锐角的问题，当然这时所要求出的角都是  $30^\circ$ 、 $45^\circ$  和  $60^\circ$  这些特殊角。教科书把求特殊角的三角函数值和已知特殊角的三角函数值求角这两个相反方向的问题安排在一起，目的是体现锐角三角函数中角与函数值之间的对应关系。本节最后，教科书介绍了如何使用计算器求非特殊角的三角函数值以及如何根据三角函数值求对应的角等内容。于不同的计算器操作步骤有所不同，教科书只就常见的情况进行介绍。

节“解直角三角形”是在第一节“锐角三角函数”的基础上研究解直角三角形的方法及其在实际中的应用。本节开始，教科书设计了一个实际背景，其中包括两个实际问题，这两个实际问题抽象成数学问题分别是已知直角三角形的一个锐角和斜边求这个角的对边与已知直角三角形的一条直角边和斜边求这两个边的夹角的问题。解决这两个问题需

要用到节学习的有关正弦函数和余弦函数的内容。这两个问题实际上属于求解直角三角形的问题，设计这个实际问题的目的是要引出解直角三角形的内容。因此，教科书借助于这个实际问题背景，设计了一个“探究”栏目，要求学生探讨在直角三角形中，根据两个已知条件求解直角三角形，最后教科书归纳给出求解直角三角形常用的反映三边关系的勾股定理，反映锐角之间关系的互余关系，以及反映边角之间关系的锐角三角函数关系。这样，教科书就结合实际背景，探讨了解直角三角形的内容。接下去，教科书又结合四个实际问题介绍了解直角三角形的理论在实际中的应用。第一个实际问题是章前引言中提到的确定比萨斜塔倾斜程度的问题。这个问题实际上是已知直角三角形的斜边和一个锐角的对边，求这个锐角的问题。这要用到正弦函数。第二个问题是确定“神舟”五号变轨后，所能看到地面的最大距离。这个问题实际上是已知直角三角形的斜边和一个锐角的邻边，求这个锐角的问题。这要用到余弦函数。第三个问题是确定楼房高度的问题。这个问题抽象成数学问题是已知直角三角形的一个锐角和它的邻边，求这个角的对边。这要用到正切函数。第四个实际问题是在航海中确定轮船距离灯塔的距离。解决这个问题需要反复利用正弦函数。本节最后，教科书采用将测量大坝的高度与测量山的高度相对比的方式，直观形象地介绍了“化整为零，积零为整”“化曲为直，以

直代曲”的微积分的基本思想。

### 3

#### 课程学习目标

对于本章内容，教学中应达到以下几方面要求。

1. 了解锐角三角函数的概念，能够正确应用  $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$  表示直角三角形中两边的比；记忆  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  的正弦、余弦和正切的函数值，并能由一个特殊角的三角函数值说出这个角。
2. 能够正确地使用计算器，已知锐角求出它的三角函数值，已知三角函数值求出相应的锐角。
3. 理解直角三角形中边与边的关系、角与角的关系和边与角的关系，会运用勾股定理、直角三角形的两个锐角互余以及锐角三角函数解直角三角形，并能用解直角三角形的有关知识解决简单的实际问题。
4. 通过锐角三角函数的学习，进一步认识函数，体会函数的变化与对应的思想；通过解直角三角形的学习，体会数学在解决实际问题中的作用，并结合实际问题对微积分的思想有所感受。

#### 二、本章编写特点

##### 加强与实际的联系

本章主要包括锐角三角函数和解直角三角形两大块内容。这两大块内容是紧密联系的。锐角三角函数是解直角三

角形的基础，解直角三角形的理论又为解决一些实际问题提供了强有力的工具。解直角三角形为锐角三角函数提供了与实际紧密联系的沃土。因此本章编写时，加强了锐角三角函数与解直角三角形两大块内容与实际的联系。例如，在章前引言中利用确定山坡上所铺设的水管的长度问题引出正弦函数；结合使用梯子攀登墙面问题引出解直角三角形的概念和方法；等等。再有，教科书利用背景丰富有趣的四个实际问题，从不同的角度展示了解直角三角形在实际中的广泛应用。教科书这样将锐角三角函数和解直角三角形的内容与实际问题紧密联系，形成“你中有我，我中有你”的格局，一方面可以让学生体会锐角三角函数和解直角三角形的理论实际，是实际的需要，另一方面也让学生看到它们在解决实际实际问题中所起的作用，感受实际问题抽象出数学问题，通过解决数学问题得到数学问题的答案，再回到实际问题的这种实践—理论—实践的认识过程。这个认识过程符合人的认知规律，有利于调动学生学习数学的积极性，丰富有趣的实际问题也能够激发学生的学习兴趣。

加大学生的思维空间，发展学生的思维能力 本章编写时一方面继续保持原有的通过设置“观察”“思考”“讨论”“探究”“归纳”等栏目来扩大学生探索交流的空间，发展学生的思维能力。同时结合本章内容的特点，又考虑到学生的年龄特征，对于本章的一些结论，教科书采用了先设置一

些探究性活动栏目，然后直接给出结论的做法，而将数学结论的探索过程完全留给学生，不像前两个年级那样，将这些探究过程通过填空或留白等方式引导学生进行探究。例如，教科书在详细研究了正弦函数，给出正弦函数的概念之后，设置了一个“探究”栏目，并提出问题：“在直角三角形中，当一个锐角确定时，它的对边与斜边的比就随之确定，那么，此时其他边之间的比是否也确定了呢？为什么？”接下去，教科书直接给出了余弦函数和正切函数的概念，而将“邻边与斜边的比、对边与邻边的比也分别是确定的”这个结论的探究过程完全留给学生自己完成。再如，对于 $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 这几个特殊角的三角函数值，教科书也是首先设置一个“思考”栏目，在栏目中提出问题“两块三角尺中有几个不同的锐角，分别求出这几个锐角的正弦值、余弦值和正切值”，然后教科书用一个表格直接给出了这几个特殊角的三角函数值，而将这些角的三角函数值的求解过程留给学生完成。这样的一种编写方式就为学生提供了更加广阔的探索空间，开阔思路，发展学生的思维能力，有效改变学生的学习方式。

### 揭示数学内容的本质

本章的一个教学目标是使学生理解锐角三角函数的概念，这个概念与学生以前所学的一次函数、反比例函数和二次函数有所不同，它反映的不是数值与数值的对应关系，而

是角度与数值之间的对应关系，学生初次接触这种对应关系，理解起来有一定困难，而这种对应关系对学生深刻理解函数的概念又有很大帮助，因此，教科书针对这种情况，加强了对锐角三角函数所反映的角度与数值之间的对应关系的刻画。例如，对于正弦函数，教科书首先研究了在直角三角形中， $30^\circ$  和  $45^\circ$  的锐角所对的边与斜边的比分别是常数和，然后就一般情况进行研究，并得出结论：当一个锐角的度数一定时，这个角的对边与斜边的比也是一个常数，这样就突出了锐角与比值的对应关系，即对于每一个锐角，都有一个比值与之对应，从而给出正弦函数的定义。同样，教科书在阐述余弦函数和正切函数时也突出了锐角与“邻边与斜边的比值”之间的对应关系以及锐角与“对边和邻边的比值”之间的对应关系，并在边注进一步强调了这种函数关系：对于锐角  $A$  的每一个确定的值， $\sin A$  有唯一确定的值与它对应，所以  $\sin A$  是  $A$  的函数。同样地， $\cos A$ ， $\tan A$  也是  $A$  的函数。这样，就可以让学生对变量的性质以及变量之间的对应关系有更深刻的认识，加深对函数概念的理解。

## 5

微积分的思想在数学中占有重要的地位，其基本思想是“化整为零，积零为整”“化曲为直，以直代曲”，这个基本思想是很朴素的，是可以在初等数学中得到反映的。教科书在本章最后，结合解直角三角形的内容，采用与测量大坝

的高度和测量山的高度相对比的方式，直观形象地介绍了在确定山的高度时，如何将山坡“化整为零”，如何将山坡的长度“化曲为直、以直代曲”，又如何将每一部分的高度“积零为整”。这样编写的目的是要体现微积分的基本思想，让学生通过直观形象的例子对微积分的基本思想有一个初步的认识。综上所述，本章编写时注意突出数学内容的本质，强调数学思想方法，这有助于提高学生的数学素养。

### 三、几个值得关注的问题

注意加强知识间的纵向联系 第27章“相似”为本章研究锐角三角函数打下了基础，因为利用“相似三角形的对应边成比例”可以解释锐角三角函数定义的合理性。例如，教科书在研究正弦函数的概念时，利用了“在直角三角形中， $30^\circ$ 所对的边等于斜边的一半”，得出了“在一个直角三角形中，如果一个锐角等于 $30^\circ$ ，那么不管三角形的大小如何，这个角的对边与斜边的比值都等于”。事实上，在直角三角形中，如果一个角等于 $30^\circ$ ，那么这样的直角三角形都相似。因此，不管这样的三角形的大小如何，它们的对应边都成比例。这也就是说，对于 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ，虽然教科书是从两个特殊的直角三角形归纳得到的，但这个结论是可以从三角形相似的角度来解释的。同样，对于 $45^\circ$ 也有类似的情况。当然，教科书利用相似三角形的有关结论解释了在一般情形中正弦定义的合理性。因此，锐角三角函数的内容与相似三角形

小初高学习

是密切联系的，教学中要注意加强两者之间的联系。

全等三角形的有关理论对理解本章内容有积极的作用。例如，在研究解直角三角形时，教科书通过探索得到结论：事实上，在直角三角形的六个元素中，除了直角，如果再知道两个元素，这个三角形就确定下来了。这样就可以已知的两个元素求出其余的三个元素。这个结论的获得实际上利用了直角三角形全等的有关理论，因为对于两个直角三角形，如果已知两个元素对应相等，并且其中有一个元素是边，那么这两个直角三角形就全等，也就是已知一个直角三角形的除直角外的两个元素，其中至少有一个是边，这个三角形就确定下来。所以就可以利用这两个元素求出其余的元素。因此，利用三角形全等的理论，有利于理解解直角三角形的相关内容。教学中要注意加强知识间的相互联系，使学生的学习形成正迁移。

## 6

另外，本章所研究的锐角三角函数反映了锐角与数值之间的函数关系，这虽然与一次函数、反比例函数以及二次函数所反映的数值与数值之间的对应关系有所不同，但它们都反映了变量之间的对应关系，本质上是一致的。教学时，要注意让学生体会这些不同函数之间的共同特征，更好地理解函数的概念。

注意数形结合，自然体现数与形之间的联系

小初高学习

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/988104107066006124>