

广东省江门市鹤山市第一中学 2024-2025 学年高二上学期第

二阶段考试（12 月）数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 为了弘扬体育精神,学校组织秋季运动会,在一项比赛中,学生甲进行了 8 组投篮,得分分别为 10, 8, a , 8, 7, 9, 6, 8, 如果学生甲的平均得分为 8 分,那么这组数据的 75 百分位数为 ()

- A. 8 B. 9 C. 8.5 D. 9.5

2. 若直线 $y = 2x + m$ 是圆 $x^2 + y^2 - 2y = 0$ 的一条对称轴,则 m 的值为 ()

- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

3. 下列命题:

①对立事件一定是互斥事件; ②若 A, B 为两个随机事件,则 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$; ③若事件 A, B, C 彼此互斥,则 $P(A) + P(B) + P(C) = 1$; ④若事件 A, B 满足 $P(A) + P(B) = 1$, 则 A 与 B 是对立事件.

其中正确命题的个数是()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 已知椭圆 $\frac{x^2}{11-m} + \frac{y^2}{m-3} = 1$ 的焦点在 y 轴上,且焦距为 4,则 $m =$ ()

- A. 5 B. 6 C. 9 D. 10

5. 若样本 $a + x_1, a + x_2, \dots, a + x_n$ 的平均值是 5,方差是 3,样本 $1 + 2x_1, 1 + 2x_2, \dots, 1 + 2x_n$ 的平均值是 9,标准差是 b ,则 ()

- A. $a = 1, b = \sqrt{6}$ B. $a = 2, b = \sqrt{6}$ C. $a = 2, b = 3$ D. $a = 1, b = 2\sqrt{3}$

6. 若点 $M(2, 5, 4)$ 关于平面 Oxz 和 x 轴对称的点分别为 (a, b, c) , (d, e, f) , 则 $b + f =$ ()

- A. -9 B. -1 C. 1 D. 9

7. 孪生素数（素数是只有1和自身因数的正整数）猜想是希尔伯特在1900年正式提出的

23个问题之一，具体为：存在无穷多个素数 p ，使得 $p+2$ 是素数，素数对 $(p, p+2)$ 称为

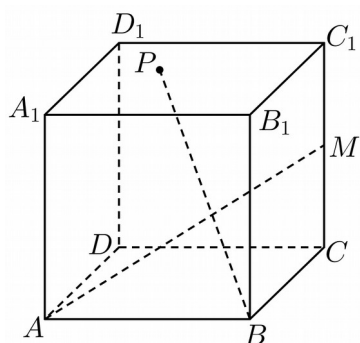
孪生素数，在不超过20的素数中随机选取2个不同的数，其中能够构成孪生素数的概率是

()

- A. $\frac{4}{25}$ B. $\frac{1}{15}$ C. $\frac{3}{28}$ D. $\frac{1}{7}$

8. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为6，点 M 为 CC_1 的中点，点 P 为底面 $A_1B_1C_1D_1$

上的动点，满足 $BP \perp AM$ 的点 P 的轨迹长度为 ()



- A. $2\sqrt{2}\pi$ B. $3\sqrt{2}$ C. $6\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{3}\pi$

二、多选题

9. 下列命题不正确的是 ()

A. 若 A, B, C, D 是空间任意四点，则有 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = \vec{0}$

B. “ $|\vec{a}| - |\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$ ”是“ \vec{a}, \vec{b} 共线”的充要条件

C. 若 \vec{a}, \vec{b} 共线，则 \vec{a} 与 \vec{b} 所在直线平行

D. 对空间任意一点 O 与不共线的三点 A, B, C ，若 $\overline{OP} = x\overline{OA} + y\overline{OB} + z\overline{OC}$ （其中

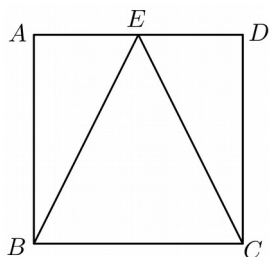
$x, y, z \in \mathbb{R}$), 则 P, A, B, C 四点共面

10. 伯努利试验是在同样的条件下重复地、相互独立地进行的一种随机试验, 其特点是每次试验只有两种可能结果. 若连续抛掷一枚质地均匀的硬币 n 次, 记录这 n 次实验的结果, 设事件 M 表示“ n 次实验结果中, 既出现正面又出现反面”, 事件 N 表示“ n 次实验结果中, 最多只出现一次反面”, 则下列结论正确的是 ().

- A. 若 $n=2$, 则 M 与 N 不互斥 B. 若 $n=2$, 则 M 与 N 不相互独立
C. 若 $n=3$, 则 M 与 N 相互独立 D. 若 $n=3$, 则 M 与 N 互斥

11. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, E 为边 AD 的中点, 把 $\triangle BAE$ 和 $\triangle CDE$ 分别沿 BE ,

CE 折起, 使得 A, D 两点重合为一点 P . 下列四个命题正确的是 ()



- A. $PE \perp$ 平面 PBC
B. 直线 PE 与直线 BC 所成的角为 60°
C. 二面角 $P-BC-E$ 的大小为 30°
D. 点 P 到平面 BCE 的距离为 $\sqrt{3}$

三、填空题

12. 已知 $\vec{a} = (1, 1, \sqrt{2})$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 2$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \underline{\quad}$.

13. 已知平面 α 内一点 $P(8,9,5)$, 点 $Q(1,2,2)$ 在平面 α 外, 若 α 的一个法向量为

$\vec{n}=(4,3,-12)$, 则 Q 到平面 α 的距离为_____.

14. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 在椭圆 C 上, 且

$PF_2 \perp F_1F_2$, 过 P 作 F_1P 的垂线交 x 轴于点 A , 若 $|AF_2| = \frac{1}{2}c$, 记椭圆的离心率为 e , 则 $e^2 =$

四、解答题

15. 已知向量 $\vec{a} = (-2, -1, 2)$, $\vec{b} = (-1, 1, 2)$, $\vec{c} = (x, 2, 2)$.

(1)当 $|\vec{c}| = 3$ 时, 若向量 $k\vec{a} + \vec{b}$ 与 \vec{c} 垂直, 求实数 x 和 k 的值;

(2)若向量 \vec{c} 与向量 \vec{a}, \vec{b} 共面, 求实数 x 的值.

16. 已知圆心为 C 的圆经过 $A(1,1)$ 和 $B(2,-2)$, 且圆心 C 在直线 $l: x - y + 1 = 0$ 上.

(1)求圆 C 的方程;

(2)若直线 $2x + y = 0$ 与圆的交点为 M, N 两点, 求 $|MN|$.

17. 溺水、校园欺凌等与学生安全有关的问题越来越受到社会的关注和重视, 为了普及安全教育, 某市组织了一次学生安全知识竞赛, 规定每队3人, 每人回答一个问题, 答对得1分, 答错得0分. 在竞赛中, 甲、乙两个中学代表队狭路相逢, 假设甲队每人回答问题正确的

概率均为 $\frac{2}{3}$, 乙队每人回答问题正确的概率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$, 且两队各人回答问题正确

与否相互之间没有影响.

(1)求甲队总得分为1分的概率;

(2)求甲队总得分为2分且乙队总得分为1分的概率.

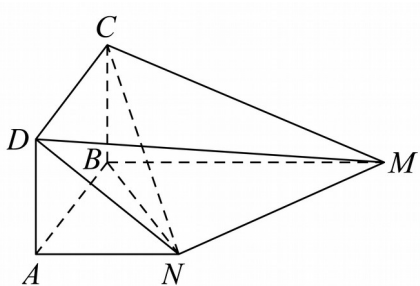
18. 椭圆 C 的中心是原点 O , 焦点为 $F(c,0)(c>0)$, 短轴长为 $2\sqrt{2}$, 离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)如果过点 $M(3,0)$ 的直线与椭圆相交于点 P,Q 两点, 且 $OP \perp OQ$, 求直线 PQ 的方程.

19. 如图所示, 正方形 $ABCD$ 所在平面与梯形 $ABMN$ 所在平面垂直, $MB \parallel AN$,

$$NA = AB = 2, \quad BM = 4, \quad CN = 2\sqrt{3}$$



(1)证明: $DN \parallel$ 平面 BCM ;

(2)求直线 AC 与平面 CDM 所成角的正弦值;

(3)在线段 CM 上是否存在一点 E , 使得平面 BEN 与平面 BMN 的夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 若

存在求出 $\frac{CE}{EM}$ 的值, 若不存在, 请说明理由.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	A	C	D	A	D	B	BCD	ABC
题号	11									
答案	AC									

1. C

【分析】由平均数求出 a 的值，将这组数据从小到大的顺序排列，由百分位数的定义即可求解.

【详解】由题意可得：
$$\frac{10+8+a+8+7+9+6+8}{8}=8, \text{ 解得: } a=8,$$

将这组数据从小到大的顺序排列为6,7,8,8,8,8,9,10，

因为 $8 \times 75\% = 6$ 为整数，

所以这组数据的75百分位数为 $\frac{8+9}{2} = 8.5$ ，

故选：C.

2. B

【分析】求出圆心坐标代入直线方程可求得参数值.

【详解】由已知圆的标准方程是 $x^2 + (y-1)^2 = 1$ ，圆心坐标为(0,1)，

所以 $1 = 2 \times 0 + m$ ， $m = 1$.

故选：B.

3. A

【分析】根据互斥之间和对立事件的概念，及互斥事件和对立事件的关系和概率的计算，即可作出判断，得到答案.

【详解】由题意①中，根据对立事件与互斥事件的关系，可得是正确的；②中，当A与B是互斥事件时，才有 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ，对于任意两个事件A，B满足 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ ，所以是不正确的；③也不正确. $P(A) + P(B) + P(C)$ 不一定等于1，还可能小于1；④也不正确. 例如：袋中有大小相同的红、黄、黑、绿4个球，从袋中任摸一个球，

设事件 $A = \{\text{摸到红球或黄球}\}$, 事件 $B = \{\text{摸到黄球或黑球}\}$, 显然事件 A 与 B 不互斥, 但

$$P(A) + P(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$$

【点睛】 本题主要考查了互斥事件和对立事件的基本概念、互斥事件与对立时间的关系及其应用, 其中熟记互斥事件和对立事件的概念和关系是解答的关键, 着重考查了推理与论证能力, 属于基础题.

4. C

【分析】 根据要求列出方程和不等式, 然后求解出 m 的值即可.

【详解】 因为 $\frac{x^2}{11-m} + \frac{y^2}{m-3} = 1$ 表示焦点在 y 轴上且焦距为 4 的椭圆,

$$\text{所以 } \begin{cases} m-3 > 11-m > 0 \\ (m-3) - (11-m) = \left(\frac{4}{2}\right)^2 \end{cases}, \text{ 解得 } m=9,$$

故选: C.

5. D

【分析】 设 x_1, x_2, \dots, x_n 的平均值为 \bar{x} , 方差为 s^2 , 进而根据公式列式求解即可.

【详解】 解: 设 x_1, x_2, \dots, x_n 的平均值为 \bar{x} , 方差为 s^2 ,

因为样本 $a+x_1, a+x_2, \dots, a+x_n$ 的平均值是 5 , 方差是 3 ,

$$\text{所以 } a + \bar{x} = 5, s^2 = 3,$$

因为样本 $1+2x_1, 1+2x_2, \dots, 1+2x_n$ 的平均值是 9 , 标准差是 b ,

$$\text{所以 } 9 = 1 + 2\bar{x}, 4s^2 = b^2,$$

$$\text{所以 } \bar{x} = 4, b = 2\sqrt{3}, a = 1$$

故选: D

6. A

【分析】点关于面坐标平面 Oxz 对称则对应的 x, z 坐标不变 y 坐标变为相反数，点关于坐标轴 x 轴对称则对应的 x 坐标不变， y, z 变为相反数，得出点坐标，知道 b, f 的值，再求和即可。

【详解】点 $M(2, 5, 4)$ 关于平面 Oxz 对称的点为 $(a, b, c) = (2, -5, 4)$ ，

关于 x 轴对称的点为 $(d, e, f) = (2, -5, -4)$ ，

所以 $b = -5$ ， $f = -4$ ，故 $b + f = -9$ 。

故选：A.

7. D

【分析】根据素数的定义，可知不超过 20 的素数有 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19，利用列举法列出在不超过 20 的素数中随机选取 2 个不同的数的所有样本，记事件 A 表示“选取的 2 个数能够构成孪生素数”，由孪生素数的定义可得出事件 A 包含的样本点，最后利用古典概型的概率求法求出结果。

【详解】解：不超过 20 的素数有 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19，
则在不超过 20 的素数中随机选取 2 个不同的数的样本空间：

$\Omega = \{(2, 3), (2, 5), (2, 7), (2, 11), (2, 13), (2, 17), (2, 19), (3, 5), (3, 7), (3, 11), (3, 13),$

$(3, 17), (3, 19), (5, 7), (5, 11), (5, 13), (5, 17), (5, 19), (7, 11), (7, 13), (7, 17), (7, 19), (11, 13), (11, 17),$

$(11, 19), (13, 17), (13, 19), (17, 19)\}$ ，共有 28 个样本点，

记事件 A 表示“选取的 2 个数能够构成孪生素数”，

则事件 A 包含的样本点有 $(3, 5)$ ， $(5, 7)$ ， $(11, 13)$ ， $(17, 19)$ ，共 4 个，

故抽取的2个数能够构成李生素数的概率是 $P(A) = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$.

故选：D.

8. B

【分析】建立如图所示的空间直角坐标系，利用坐标法可得动点 P 的轨迹为线段即可得结果.

【详解】分别以 DA ， DC ， DD_1 为 x 轴， y 轴， z 轴建立如图所示的空间直角坐标系，

则 $A(6,0,0)$ ， $B(6,6,0)$ ， $M(0,6,3)$ ，设 $P(x,y,6)$ ， $x \in [0,6]$ ， $y \in [0,6]$ ，

则 $\overrightarrow{AM} = (-6,6,3)$ ， $\overrightarrow{BP} = (x-6,y-6,6)$ ，

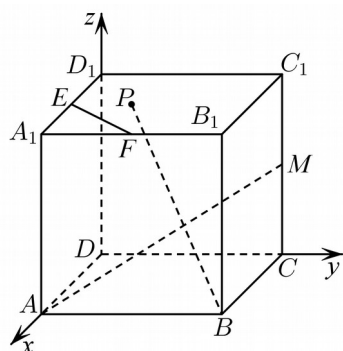
由 $BP \perp AM$ 得 $-6(x-6)+6(y-6)+3 \times 6 = 0$ ，即 $y = x-3$ ，

由于 $x \in [0,6]$ ， $y \in [0,6]$ ，所以 $x \in [3,6]$ ， $y \in [0,3]$ ，

所以点 P 的轨迹为面 $A_1B_1C_1D_1$ 上的直线： $y = x-3$ ， $x \in [3,6]$ ，即图中的线段 EF ，

由图知： $EF = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$ ，

故选：B.



9. BCD

【分析】根据向量的多边形法则可知 A 正确；根据向量的三角不等式等号成立条件可知，

B 错误；

根据共线向量的定义可知，C 错误；根据空间向量基本定理的推论可知，D 错误。

【详解】对 A，四点恰好围成一封闭图形，根据向量的多边形法则可知，正确；

对 B，根据向量的三角不等式等号成立条件可知， \vec{a}, \vec{b} 同向时，应有 $|\vec{a}| + |\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$ ，即必

要性不成立，错误；

对 C，根据共线向量的定义可知， \vec{a}, \vec{b} 所在直线可能重合，错误；

对 D，根据空间向量基本定理的推论可知，需满足 $x+y+z=1$ ，才有 P, A, B, C 四点共面，错误。

故选：BCD.

10. ABC

【分析】根据已知条件，分析 $n=2$ 和 $n=3$ 时所有的基本事件的结果，利用事件互斥和两事件相互独立的定义分别判断即可.

【详解】A 选项： $n=2$ 时，若两次实验中结果为一次正面，一次反面，则事件 M 与 N 同时发生，

由互斥事件定义， M 与 N 不互斥，A 正确；

B 选项： $n=2$ 时，两次实验的结果有（正，正），（正，反），（反，正），（反，反）

4 种，

$$P(M) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, P(N) = \frac{3}{4}, P(MN) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, P(MN) \neq P(M)P(N),$$

所以 M 与 N 不相互独立，B 正确；

C 选项： $n=3$ 时，三次实验的结果有（正，正，正），（正，正，反），（正，反，正），（正，反，反），（反，正，正），（反，反，正），（反，正，反），（反，反，反）

8 种情

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/995224112242012010>