

江苏省邗江中学 2023-2024 学年高一下学期 5 月阶段性测试

数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 已知 m 是直线, α, β 是两个不同的平面, 下列正确的命题是 ()

A. 若 $m \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel \alpha$ B. 若 $m \perp \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $m \parallel \alpha$

C. 若 $m \parallel \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $m \perp \alpha$ D. 若 $m \parallel \beta, m \perp \alpha$, 则 $\alpha \perp \beta$

2. 已知复数 z 满足 $(1-i)z = 2i-1$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$ ()

A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\sqrt{5}$

3. 在某学校的期中考试中, 高一、高二、高三年级的参考人数分别为 600, 800, 600. 现用分层抽样的方法从三个年级中抽取样本, 经计算得高一、高二、高三年级数学成绩的样本平均数

分别为 93, 81, 99, 则全校学生数学成绩的总样本平均数为 ()

A. 92 B. 91 C. 90 D. 89

4. 已知 M 是边长为 1 的正 $\triangle ABC$ 的边 AC 上靠近 C 的四等分点, N 为 AB 的中点, 则

$\overline{BM} \cdot \overline{MN}$ 的值是 ()

A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

5. 已知 $\tan \beta (\sqrt{3} \sin \alpha + \cos \alpha) = \sqrt{3} \cos \alpha - \sin \alpha$, 则 $\tan(\alpha + \beta) =$ ()

A. $\sqrt{3}$ B. $\pm\sqrt{3}$ C. $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6. 设 A, B, C, D 是同一个半径为 5 的球的球面上四点, $\triangle ABC$ 是斜边为 8 的直角三角

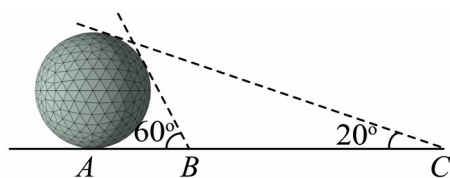
形, 则三棱锥 $A-BCD$ 体积的最大值为 ()

- A. $\frac{64}{3}$ B. 64 C. $\frac{128}{3}$ D. 128

7. 古代数学家刘徽编撰的《重差》是中国最早的一部测量学著作, 也为地图学提供了数学基础, 根据刘徽的《重差》测量一个球体建筑的高度, 已知点 A 是球体建筑物与水平地面的接触点 (切点), 地面上 B, C 两点与点 A 在同一条直线上, 且在点 A 的同侧, 若在

B, C 处分别测量球体建筑物的最大仰角为 60° 和 20° , 且 $BC=100$ m, 则该球体建筑物的高

度约为 () ($\cos 10^\circ \approx 0.985$)

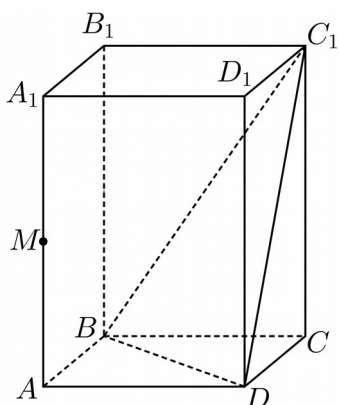


- A. 45.25 m B. 50.76 m C. 56.74 m D. 58.60 m

8. 在如图所示的长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 $AB=2, AD=3, AA_1=4$, 点 M 为棱 AA_1 的中点,

若 N 为底面 $A_1B_1C_1D_1$ 内一点, 满足 $MN \parallel$ 面 BDC_1 , 设直线 MN 与直线 CC_1 所成角为 α ,

则 $\tan \alpha$ 的取值范围是 ()



- A. $\left[\frac{3}{4}, \frac{3}{13}\sqrt{13}\right]$ B. $\left[\frac{3}{4}, \frac{3}{13}\sqrt{13}\right)$
- C. $\left[\frac{3}{26}\sqrt{13}, \frac{3}{4}\right]$ D. $\left[\frac{3}{26}\sqrt{13}, \frac{1}{2}\right]$

二、多选题

9. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 以下判断正确的是 ()

- A. 若 $\cos A = \cos B$, 则 $\triangle ABC$ 为等腰三角形
- B. 若 $a = \sqrt{5}, b = \sqrt{15}, A = 30^\circ$, 则符合条件的 $\triangle ABC$ 有且只有一个
- C. 若 $a \cos A = b \cos B$, 则 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形
- D. 若 $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C < 0$, 则 $\triangle ABC$ 是钝角三角形
10. 平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = \frac{3}{2}, AD = 1, \angle A = \frac{\pi}{3}$. 动点 P 满足 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AD}$,

$\lambda, \mu \in [0, 1]$, 下列选项中正确的有 ()

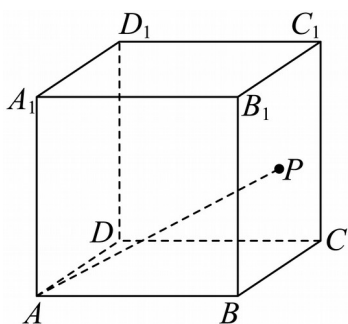
- A. $\lambda = 1$ 时, $|\overrightarrow{CP}|$ 的取值范围是 $[0, 1]$

B. $\mu=1$ 时, 存在 P 使得 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$

C. $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{21}{8}$ 时, 动点 P 形成的轨迹的长为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\lambda = \frac{1}{3}$ 且 $|\overrightarrow{AP}|$ 最大时, \overrightarrow{AP} 在 \overrightarrow{AB} 上的投影向量为 $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

11. 如图, P 是棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的表面上一个动点, 则下列说法正确的有 ()



A. 当 P 在平面 BCC_1B_1 内运动时, 四棱锥 $P-AA_1D_1D$ 的体积不变

B. 当 P 在线段 AC 上运动时, D_1P 与 A_1C_1 所成角的取值范围是 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$

C. 使得直线 AP 与平面 $ABCD$ 所成的角为 45° 的点 P 的轨迹长度为 $\pi + 4\sqrt{2}$

D. 若 F 是棱 A_1B_1 的中点, 当 P 在底面 $ABCD$ 上运动, 且满足 $PF \parallel$ 平面 B_1CD_1 时, PF

的最小值是 $\sqrt{5}$

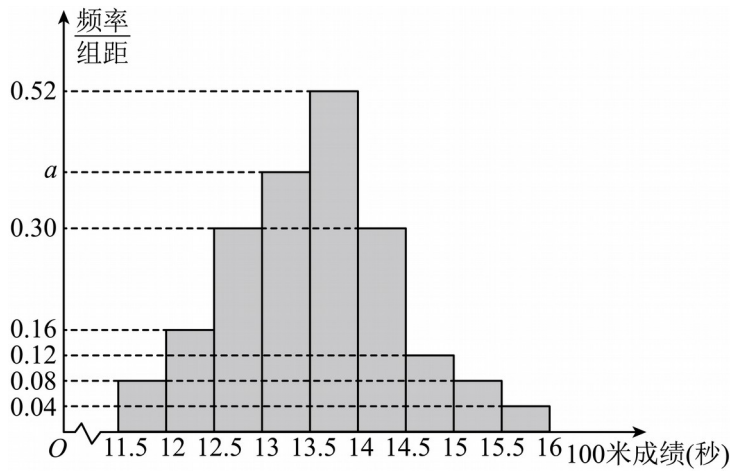
三、填空题

12. 某中学为了解高三男生的体能情况, 通过随机抽样, 获得了 200 名男生的 100 米体能

测试成绩 (单位: 秒), 将数据按照 $[11.5, 12)$, $[12, 12.5)$, \dots , $[15.5, 16]$ 分成 9 组, 制成

了如图所示的频率分布直方图. 由直方图估计本校高三男生 100 米体能测试成绩大于 13.25

秒的频率是_____.



13. 已知 α, β 为锐角, 且 $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, $\tan(\alpha - \beta) = -\frac{1}{3}$. 求 $\sin \beta$ 的值_____.

14. 已知向量 \vec{a} , \vec{b} 夹角为 $\frac{\pi}{3}$, $|\vec{b}| = 2$, 若对任意 $x \in \mathbf{R}$, 恒有 $|\vec{b} + x\vec{a}| \geq |\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}|$, 则函数

$f(t) = |t\vec{b} - \vec{a}| + |t\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}|$ ($t \in \mathbf{R}$) 的最小值为_____.

四、解答题

15. 已知向量 $|\vec{a}| = \sqrt{10}$, $|\vec{b}| = \sqrt{5}$, $\vec{a} \perp \left(-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}\right)$.

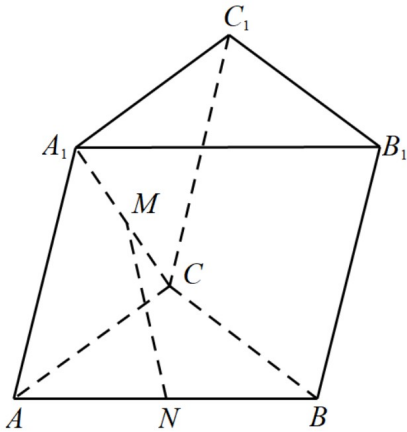
(1) 求向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角 θ 的大小;

(2) 若向量 $\vec{m} = \vec{a} + \lambda\vec{b}$, $\vec{n} = \lambda\vec{a} - 2\vec{b}$ ($\lambda \in \mathbf{R}$), 当 $|\vec{m} - \vec{n}|$ 取得最小值时, 求 $|\vec{m} + \vec{n}|$.

16. 如图所示, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧面 ACC_1A_1 为菱形, $\angle A_1AC = 60^\circ$, $AC = 2$, 侧面 CBB_1C_1 为正方形, 平面 $ACC_1A_1 \perp$ 平面 ABC . 点 M 为 A_1C 的中点, 点 N 为 AB 的中点.

(1) 证明: $MN \parallel$ 平面 BCC_1B_1 ;

(2) 求三棱锥 A_1-ABC_1 的体积.



17. 在① $\frac{\sin A}{\cos B \cos C} = \frac{2a^2}{a^2 + c^2 - b^2}$, ② $\sin B - \cos B = \frac{\sqrt{2}b - a}{c}$, ③ $\triangle ABC$ 的面积

$S = \frac{\sqrt{2}}{4} b(b \sin C + c \tan C \cos B)$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面问题中, 并完成解答.

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c , 已知_____.

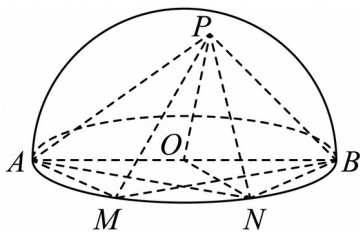
(1) 求角 C ;

(2) 若点 D 在边 AB 上, 且 $BD = 2AD$, $\cos B = \frac{5}{13}$, 求 $\tan \angle BCD$.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分

18. 如图, AB 是半球的直径, O 为球心, $AB=4$, M, N 依次是半圆上的两个三等分点,

P 是半球面上一点, 且 $PN \perp MB$.



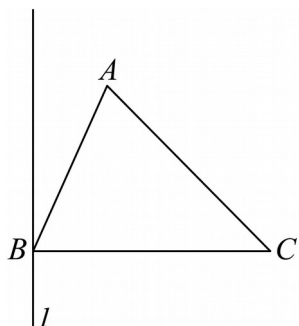
(1) 证明: 平面 $PBM \perp$ 平面 PON ;

(2) 若点 P 在底面圆内的射影恰在 BM 上,

① 求 PN 与平面 PMB 所成角;

②求点 M 到平面 PAB 的距离.

19. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $A = \frac{\pi}{3}$, $a = \sqrt{3}$.



(1) 若 $\sin B + \sin C = \sin B \sin C$, 求 $\frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 的值;

(2) 过点 B 作 BC 的垂线 l , D 为 l 上一点.

① 若 $\angle BAD = \frac{2\pi}{3}$, $b = \sqrt{2}$, 求线段 AD 的长;

② 若 $\angle BDA = \frac{2\pi}{3}$ 且 D 点在 $\triangle ABC$ 外部, 求线段 AD 长的取值范围.

参考答案:

1. D

【分析】利用直线与平面的位置关系的判定和性质即可选出正确答案.

【详解】选项 A: 根据给定条件有 $m \parallel \alpha$ 或 $m \subset \alpha$;

选项 B: 根据给定条件有 $m \parallel \alpha$ 或 $m \subset \alpha$;

选项 C: 根据给定条件有 m 与 α 的位置可能平行、相交或 m 在 α 内;

选项 D: 因为 $m \parallel \beta$, 所以存在直线 $m' \subset \beta$ 使得 $m' \parallel m$,

又因为 $m \perp \alpha$, 所以 $m' \perp \alpha$, 因为 $m' \subset \beta$, 所以 $\alpha \perp \beta$.

故选: D.

2. C

【分析】由复数的除法法则计算出复数 z , 求模即可.

【详解】因为 $(1-i)z = 2i-1$,

$$\text{所以 } z = \frac{2i-1}{1-i} = \frac{(2i-1)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i+2i^2-1-i}{2} = \frac{-3+i}{2},$$

$$\text{所以 } |z| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2},$$

故选: C.

3. C

【分析】利用分层抽样的特点及平均数公式即可求解.

【详解】由题意, 总样本平均数为 $\frac{600}{2000} \times 93 + \frac{800}{2000} \times 81 + \frac{600}{2000} \times 99 = 90$.

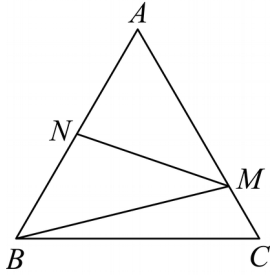
故选: C.

4. A

【分析】根据平面向量的线性运算可得 $\overrightarrow{BM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$ ， $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA} - \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ ，结合数量积的运

算律计算即可求解.

【详解】如图，



$$\overrightarrow{BM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BA} \quad \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} - (\frac{3}{4}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA} - \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$$

所以 $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{MN} = (\frac{3}{4}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}) \cdot (\frac{1}{4}\overrightarrow{BA} - \frac{3}{4}\overrightarrow{BC})$

$$= \frac{3}{16}\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} - \frac{9}{16}\overrightarrow{BC}^2 + \frac{1}{16}\overrightarrow{BA}^2 - \frac{3}{16}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{9}{16} + \frac{1}{16} = -\frac{1}{2}.$$

故选：A

5. A

【分析】当 $\cos \alpha = 0$ 时，分别求出 α ， β ，从而求出 $\tan(\alpha + \beta)$ 的值；当 $\cos \alpha \neq 0$ 时对原式

两边同时除以 $\cos \alpha$ 得到 $\tan \alpha$ ， $\tan \beta$ 的关系式，利用 $\tan(\alpha + \beta)$ 的公式求出结果.

【详解】当 $\cos \alpha = 0$ 时， $\sin \alpha = \pm 1 \neq 0$ ，即 $\alpha = \frac{\pi}{2} + k_1\pi$ ， $k_1 \in Z$ ；

原式变为 $\sqrt{3} \tan \beta \sin \alpha = -\sin \alpha$ ，即 $\tan \beta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，所以 $\beta = -\frac{\pi}{6} + k_2\pi$ ， $k_2 \in Z$.

此时 $\tan(\alpha + \beta) = \tan(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} + k_1\pi - k_2\pi) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$.

当 $\cos \alpha \neq 0$ 时，对 $\tan \beta(\sqrt{3} \sin \alpha + \cos \alpha) = \sqrt{3} \cos \alpha - \sin \alpha$ 两边同时除以 $\cos \alpha$ ，得

$$\sqrt{3} \tan \alpha \tan \beta + \tan \beta = \sqrt{3} - \tan \alpha, \quad \text{即 } \tan \alpha + \tan \beta = \sqrt{3}(1 - \tan \alpha \tan \beta),$$

$$\text{所以 } \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \sqrt{3}. \text{ 综上所述, } \tan(\alpha + \beta) = \sqrt{3}.$$

故选: A.

6. C

【分析】依题意可得 $\triangle ABC$ 的外接圆的半径 $r = 4$, 即可求出球心到平面 ABC 的距离 d , 求出 $\triangle ABC$ 面积的最大值, 及点 D 到平面 ABC 的距离的最大值, 最后根据锥体体积公式计算可得.

【详解】 $\because \triangle ABC$ 是斜边为 8 的直角三角形,

$\therefore \triangle ABC$ 的外接圆的半径 $r = 4$, 又球的半径 $R = 5$,

\therefore 球心到平面 ABC 的距离 $d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$,

又 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 $\frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$,

点 D 到平面 ABC 的距离的最大值为 $d + R = 3 + 5 = 8$,

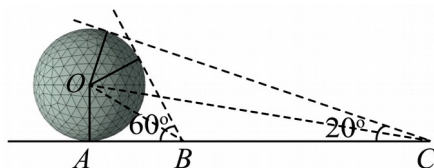
\therefore 三棱锥 $A-BCD$ 体积的最大值为 $\frac{1}{3} \times 16 \times 8 = \frac{128}{3}$.

故选: C.

7. B

【分析】数形结合, 根据三角函数解三角形求解即可;

【详解】



设球的半径为 R ,

$$AB = \sqrt{3}R, AC = \frac{R}{\tan 10^\circ}, BC = \frac{R}{\tan 10^\circ} - \sqrt{3}R = 100,$$

$$R = \frac{25}{0.985}, 2R = 50.76$$

故选:B.

8. C

【分析】先根据面面平行找出与平面 BDC_1 平行的平面 MEF , 确定底面 $A_1B_1C_1D_1$ 内一点 N

所在线段 EF 上, 然后将直线 MN 与直线 CC_1 所成角转化为直线 MN 与直线 AA_1 所成角

$\angle A_1MN$,

再在直角三角形 A_1MN 中, 通过线段 A_1N 的最值即可得到 $\tan \angle A_1MN$ 的最值, 从而得到

$\tan \alpha$ 的取值范围.

【详解】取 A_1D_1 中点 E , 取 A_1B_1 中点 F , 连接 ME , MF , EF , AD_1 , AB_1 , B_1D_1 .

在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = C_1D_1$, $AB // C_1D_1$,

所以四边形 ABC_1D_1 为平行四边形, 所以 $AD_1 // BC_1$,

又因为 M , E 分别为 AA_1 , A_1D_1 的中点, 所以 $ME // AD_1$, 所以 $ME // BC_1$,

又因为 $ME \not\subset$ 平面 BDC_1 , $BC_1 \subset$ 平面 BDC_1 , 所以 $ME //$ 平面 BDC_1 .

因为 $AD = B_1C_1$, $AD // B_1C_1$,

所以四边形 ADC_1B_1 为平行四边形, 所以 $AB_1 // DC_1$,

又因为 M , F 分别为 AA_1 , A_1B_1 的中点, 所以 $MF // AB_1$, 所以 $MF // DC_1$,

又因为 $MF \not\subset$ 平面 BDC_1 , $C_1D \subset$ 平面 BDC_1 , 所以 $MF //$ 平面 BDC_1 .

因为 $ME \cap MF = M$, $ME \subset$ 平面 MEF , $MF \subset$ 平面 MEF ,

所以平面 $MEF //$ 平面 BDC_1 .

所以底面 $A_1B_1C_1D_1$ 内满足 $MN //$ 面 BDC_1 的点 N 在线段 EF 上,

又因为 $AA_1 // CC_1$,

所以直线 MN 与直线 CC_1 所成角即为直线 MN 与直线 AA_1 所成角 $\angle A_1MN$.

在线段 EF 上任取一点 N , 连接 A_1N , MN ,

因为 $AA_1 \perp$ 底面 $A_1B_1C_1D_1$, $A_1N \subset$ 底面 $A_1B_1C_1D_1$, 所以 $AA_1 \perp A_1N$,

所以 ΔA_1MN 为直角三角形,

$$\tan \alpha = \tan \angle A_1MN = \frac{A_1N}{AA_1} = \frac{A_1N}{2},$$

在 ΔA_1MN 中, $A_1F = 1$, $A_1E = \frac{3}{2}$, $EF = \sqrt{A_1F^2 + A_1E^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$,

因为点 N 在线段 EF 上, 所以当 $A_1N \perp EF$ 时, A_1N 的长度最小,

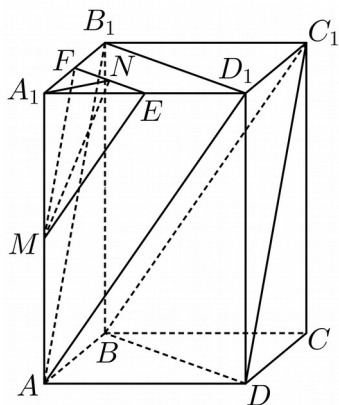
此时可利用等面积法 $S_{\Delta A_1EF} = \frac{1}{2} A_1N \cdot EF = \frac{1}{2} A_1F \cdot A_1E$, 解得 $A_1N = \frac{3}{13} \sqrt{13}$,

所以 $\tan \alpha$ 的最小值为 $\frac{\frac{3}{13} \sqrt{13}}{2} = \frac{3}{26} \sqrt{13}$,

当点 N 和点 E 重合时 A_1N 的长度最长为 $\frac{3}{2}$,

所以 $\tan \alpha$ 的最大值为 $\frac{3}{2} = \frac{3}{4}$, 所以 $\tan \alpha$ 的取值范围是 $\left[\frac{3}{26}\sqrt{13}, \frac{3}{4} \right]$.

故选: C.



9. AD

【分析】对于 A, 由余弦函数的性质判断, 对于 B, 由正弦定理分析判断, 对于 C, 由正弦定理统一成角的形式, 再化简判断, 对于 D, 利用正弦定理和余弦定理分析判断.

【详解】对于 A, 因为 $\cos A = \cos B$, $A, B \in (0, \pi)$, 所以 $A = B$,

所以 $\triangle ABC$ 为等腰三角形, 故 A 正确;

对于 B, 由正弦定理得: $\sin B = \frac{b \sin A}{a} = \frac{\sqrt{15} \times \frac{1}{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

因为 $b > a$, 所以 $B > A$, 即 $30^\circ < B < 150^\circ$,

所以 $B = 60^\circ$ 或 120° , 则三角形有两解, 故 B 错误;

对于 C, 在 $\triangle ABC$ 中, $a \cos A = b \cos B$,

由正弦定理得 $\sin A \cos A = \sin B \cos B$, 即 $\sin 2A = \sin 2B$,

因为 $2A, 2B \in (0, 2\pi)$, 所以 $2A = 2B$ 或 $2A = 2\pi - 2B$, 即 $A = B$ 或 $A + B = \pi$,

所以这个三角形为等腰三角形或直角三角形，故 C 错误；

对于 D，若 $\sin^2 A + \sin^2 B < \sin^2 C$ ，由正弦定理得 $a^2 + b^2 < c^2$ ，

由余弦定理得 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} < 0$ ，所以 C 为钝角，

所以 $\triangle ABC$ 是钝角三角形，故 D 正确；

故选：AD.

10. ABD

【分析】根据图形特征建立平面直角坐标系，当 $\lambda = 1$ 时 P 在线段 BC 上，从而判断 A；若

$\mu = 1$ ，，则 $P\left(\frac{3}{2}\lambda, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ，通过解方程进而判断 B；通过 $\overline{AP} \cdot \overline{AB} = \frac{21}{8}$ 从而得到动点 P 轨迹

方程进而判断 C；通过图形特征以及投影向量的相关概念判断 D.

【详解】在平行四边形 $ABCD$ 中，作 $DO \perp AB$ ，建立如图所示的平面直角坐标系，

则 $A\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ ， $B(1, 0)$ ， $C\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ， $D\left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ，则 $\overline{AB} = \left(\frac{3}{2}, 0\right)$ ， $\overline{AD} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ，

所以 $\overline{AP} = \lambda \overline{AB} + \mu \overline{AD} = \left(\frac{3}{2}\lambda + \frac{1}{2}\mu, \frac{\sqrt{3}}{2}\mu\right)$ ，则 $P\left(\frac{3}{2}\lambda + \frac{1}{2}\mu - \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\mu\right)$ ，

对于 A，若 $\lambda = 1$ ，则 P 在线段 BC 上（含端点），所以 $|\overline{CP}|$ 的取值范围是 $[0, 1]$ ，故 A 正确；

对于 B，若 $\mu = 1$ ，则 $P\left(\frac{3}{2}\lambda, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ，所以 $\overline{AP} = \left(\frac{3}{2}\lambda + \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ， $\overline{BD} = \left(-1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ，

所以令 $\overline{AP} \cdot \overline{BD} = -\left(\frac{3}{2}\lambda + \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4} = 0$ ，所以 $\lambda = \frac{1}{6}$ 符合题意，

所以 $\mu = 1$ 时，存在 P 使得 $\overline{AP} \cdot \overline{BD} = 0$ ，故 B 正确；

对于 C, $\overline{AP} \cdot \overline{AB} = \frac{3}{2} \times \left(\frac{3}{2} \lambda + \frac{1}{2} \mu \right) = \frac{21}{8}$, 则 $\frac{3}{2} \lambda + \frac{1}{2} \mu = \frac{7}{4}$,

所以 $P \left(\frac{5}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2} \mu \right)$, 由 $\begin{cases} 0 \leq \lambda = \frac{7-\mu}{3} \leq 1, \\ 0 \leq \mu \leq 1 \end{cases}$, 得到 $\frac{1}{2} \leq \mu \leq 1$,

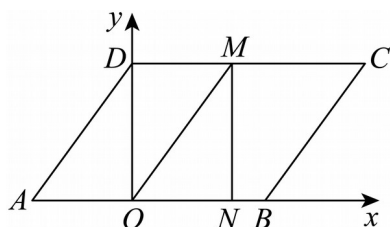
所以动点 P 形成的轨迹的长为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$, 故 C 错误;

对于 D, 过点 O 作 $OM \parallel AD$, 若 $\lambda = \frac{1}{3}$, 则 P 在 OM 上, 又因为 $|\overline{AP}|$ 最大,

所以 P 与 M 重合, 作 $MN \perp AB$, 则 \overline{AP} 在 \overline{AB} 上的投影向量为 \overline{AN} ,

由 $|\overline{AN}| = |\overline{AO}| + |\overline{ON}| = |\overline{AO}| + |\overline{DM}| = 1 = \frac{2}{3} |\overline{AB}|$, 则 \overline{AP} 在 \overline{AB} 上的投影向量为 $\frac{2}{3} \overline{AB}$, 故 D 正

确.



故选: ABD

【点睛】方法点睛: 本题考查平面向量综合问题, 该类问题常见的处理方法为:

- (1) 基底法: 通过基底的建立与表示进行求解;
- (2) 坐标法: 通过平面直角坐标系, 结合坐标公式进行求解;
- (3) 转化法: 通过平方关系的转化求解平面向量问题.

11. AC

【分析】A 选项, 考虑底面积和高均未变, 所以体积不变; B 选项, 找到异面直线所成角即可判断; C 选项, 找到 P 的轨迹, 计算即可; D 选项, 找到 P 的轨迹, 计算即可.

【详解】底面正方形 AA_1D_1D 的面积不变, P 到平面 AA_1D_1D 的距离为正方体棱长,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/996123135200010143>