北京市海淀区北京市师达中学2023-2024学年九年级上学期月考数学考试试题

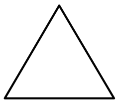
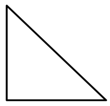
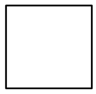
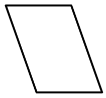
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

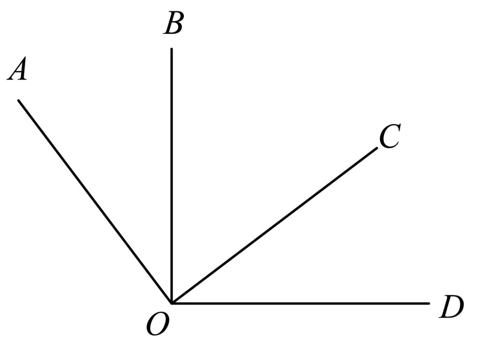
1.截至2023年6月11日17时，全国冬小麦收获2.39亿亩，进度过七成半，将239000000用科学记数法表示应为（　）

A．23.9×10^{7}　　B．2.39×10^{8}　　C．2.39×10^{9}　　D．0.239×10^{9}

2．下列图形中，不是轴对称图形的是（　）

A．　　B．　　C．　　D．

3．如图，$\angle AOC=\angle BOD=90^\circ$，$\angle AOD=126^\circ$，则$\angle BOC$的大小为（　）



A．36°　　B．44°　　C．54°　　D．63°

4．已知$a-1>0$，则下列结论正确的是（　）

A．$-1<-a<a<1$　　B．$-a<-1<1<a$

C．$-a<-1<a<1$　　D．$-1<-a<1<a$

5．若关于x的一元二次方程$x^2-4x+m=0$有两个相等的实数根，则实数m的值为（　）

A．4　　B．-4　　C．±4　　D．2

6．十二边形的内角和为（　）

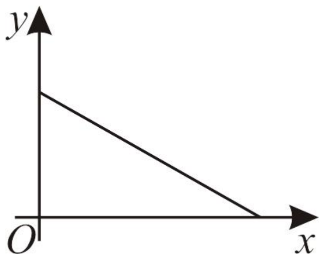
A．30°　　B．180°　　C．360°　　D．1800°

7．下面的三个问题中都有两个变量：

①汽车从A地匀速行驶到B地，汽车的剩余路程y与行驶时间x；

②将水箱中的水匀速放出，直至放完，水箱中的剩余水量y与放水时间x；

③用长度一定的绳子围成一个矩形，矩形的面积y与一边长x，其中，变量y与变量x之间的函数关系可以利用如图所示的图象表示的是（　）



A．①②　　　　B．①③　　　　C．②③　　　　D．①②③

8．下表记录了二次函数 $y=ax^2+bx+2$ 中两个变量 x 与 y 的五组对应值，其中 $x_1<x_2<1$，根据表中信息，当 $-\frac{5}{2}<x<0$ 时，直线 $y=k$ 与该二次函数图象有两个公共点，则 k 的取值范围是（　　）

x	…	-5	x_1	x_2	1	3	…
y	…	m	0	2	0	m	…

A．$\frac{7}{6}<k<2$　　　　B．$\frac{7}{6}<k\le 2$　　　　C．$2<k<\frac{8}{3}$　　　　D．$2<k\le\frac{8}{3}$

二、填空题

9．若代数式 $\frac{4}{x+2}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是________.

10．分解因式：$x^2y-y^3=$________________.

11．方程 $\frac{3}{5x+1}=\frac{1}{2x}$ 的解为______.

12．在平面直角坐标系 xOy 中，若函数 $y=kx\left(k\ne 0\right)$ 的图象经过点 $A\left(-4,2\right)$ 和 $B\left(m,-2\right)$，则 m 的值为______.

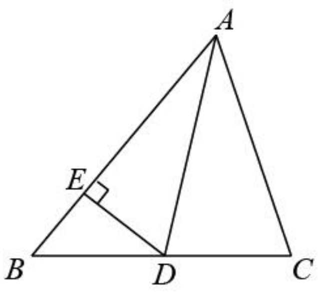
13．某厂生产了 1000 只灯泡.为了解这 1000 只灯泡的使用寿命，从中随机抽取了 50 只灯泡进行检测，获得了它们的使用寿命（单位：小时），数据整理如下：

使用寿命	$x<1000$	$1000\le x<1600$	$1600\le x<2200$	$2200\le x<2800$	$x\ge 2800$
灯泡只数	5	10	12	17	6

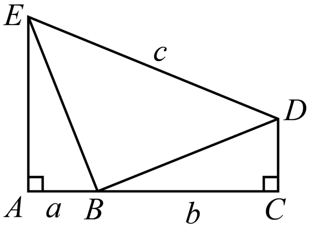
根据以上数据，估计这 1000 只灯泡中使用寿命不小于 2200 小时的灯泡的数量为______只.

14．已知二次函数 $y=x^2+bx+1$ 的图象与 x 轴只有一个交点．则 $b=$________.

15．如图，在 ΔABC 中，AD 平分 $\angle BAC, DE\perp AB$. 若 $AC=2, DE=1$, 则 $S_{\Delta ACD}=$____.



16．如图，点 A，B，C 在同一条直线上，点 B 在点 A，C 之间，点 D，E 在直线 AC 同侧，$AB<BC$，$\angle A=\angle C=90^{\circ}$，$\triangle EAB\cong\triangle BCD$，连接 DE．设 $AB=a$，$BC=b$，$DE=c$，给出下面三个结论：①$a+b>c$，②$a+b>\sqrt{a^{2}+b^{2}}$，③$\sqrt{2}\left(a+b\right)>c$．上述结论中，所有正确结论的序号是______．



三、解答题

17．计算：$\sqrt{27}+\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}+\left|-2\right|-\sqrt{12}$．

18．解不等式组：$\begin{cases} x>\dfrac{x+2}{3} \\ 5x-3<5+x \end{cases}$．

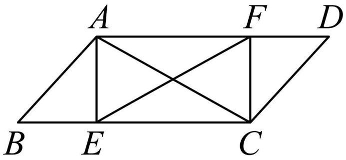
19．已知 $x+2y-1=0$，求代数式 $\dfrac{2x+4y}{x^{2}+4xy+4y^{2}}$ 的值．

20．二次函数 $y=ax^{2}-2ax-3\left(a^{1}\quad 0\right)$ 的图象经过点 A．

(1)求二次函数的对称轴；

(2)当 $A\left(-1,0\right)$ 时，①求此时二次函数的表达式；②把 $y=ax^{2}-2ax-3$ 化为 $y=a\left(x-h\right)^{2}+k$ 的形式，并写出顶点坐标；

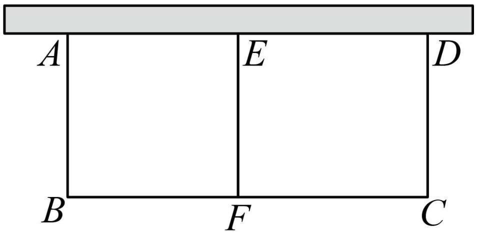
21．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在 BC，AD 上，$BE=DF$，$AC=EF$．



(1)求证：四边形 $AECF$ 是矩形；

(2)若 $CE=2BE$ 且 $AE=BE$，已知 $AB=2$，求 AC 的长．

22．列方程解应用题：如图，利用长 20 米的一段围墙，用篱笆围一个长方形的场地，中间用篱笆分割出 2 个小长方形，总共用去篱笆 36 米，为了使这个长方形的 $ABCD$ 的面积为 96 平方米，求 AB 、BC 边各为多少米？



23．在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的图象经过点 $A\left(0,1\right)$ 和 $B\left(1,2\right)$，与过点 $\left(0,4\right)$ 且平行于 x 轴的线交于点 C.

(1)求该函数的解析式及点 C 的坐标；

(2)当 $x<3$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=\frac{2}{3}x+n$ 的值大于函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的值且小于 4，直接写出 n 的值.

24．某校舞蹈队共 16 名学生，测量并获取了所有学生的身高（单位：cm），数据整理如下：

a.16 名学生的身高：

161，162，162，164，165，165，165，166，

166，167，168，168，170，172，172，175

b.16 名学生的身高的平均数、中位数、众数：

平均数	中位数	众数
166.75	m	n

(1)写出表中 m，n 的值；

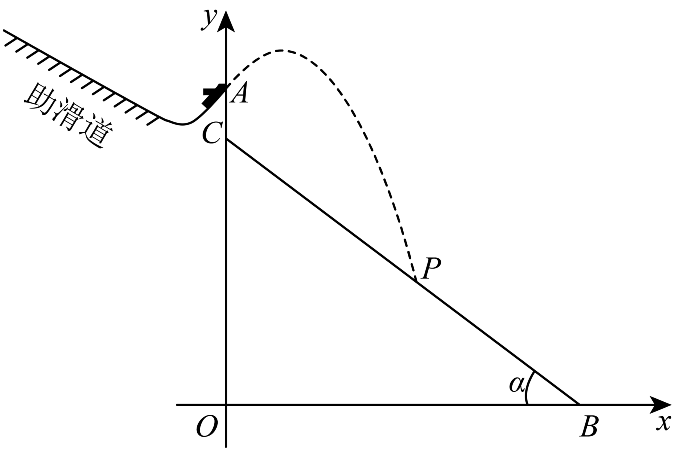
(2)对于不同组的学生，如果一组学生的身高的方差越小，则认为该组舞台呈现效果越好．据此推断：在下列两组学生中，舞台呈现效果更好的是______（填“甲组”或“乙组”）；

甲组学生的身高	162	165	165	166	166
乙组学生的身高	161	162	164	165	175

(3)该舞蹈队要选五名学生参加比赛．已确定三名学生参赛，他们的身高分别为 168，168，172，他们的身高的方差为 $\frac{32}{9}$．在选另外两名学生时，首先要求所选的两名学生与已确定的三名学生所组成的五名学生的身高的方差小于 $\frac{32}{9}$，其次要求所选的两名学生与已确定的三名学生所组成的五名学生的身高的平均数尽可能大，则选出的另外两名学生的

身高分别为______和______.

25．跳台滑雪是冬季奥运会的比赛项目．如图，运动员通过助滑道后在点A处腾空，在空中沿抛物线飞行，直至落在着陆坡BC上的点P处．地面OB为80m，腾空点A到地面OB的距离OA为70m，坡高OC为60m，以O为原点，OB所在直线为x轴，OA所在直线为y轴，建立如图所示的平面直角坐标系．已知这段抛物线经过点$(4,75)$，$(8,78)$．

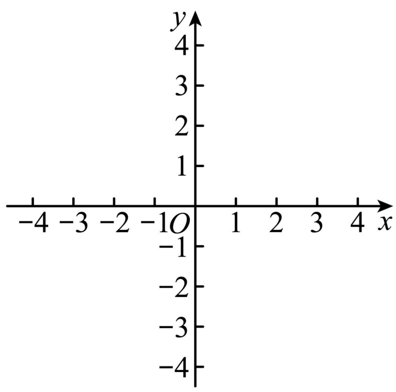


(1)求这段抛物线表示的二次函数表达式；

(2)在空中飞行过程中，直接写出运动员到坡面BC竖直方向上的最大距离；

(3)落点P与坡顶C之间的距离为________m．

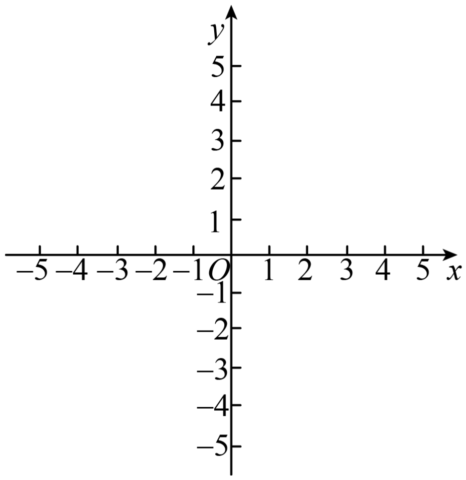
26．在平面直角坐标系xOy中，点$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$在抛物线$y=ax^2+bx+1(a<0)$上，其中$x_1<x_2$，设抛物线的对称轴为$x=t$．



(1)当$t=1$时，如果$y_1=y_2=1$，直接写出x_1，x_2的值；

(2)当$x_1=-1$，$x_2=3$时，总有$y_2<y_1<1$，求t的取值范围．

27．在平面直角坐标系xOy中，如果点P到原点O的距离为a，点Q到点P的距离是a的k倍（k为正整数），那么称点Q为点P的k倍关联点．



(1)当点 P_1 的坐标为 $(0,1)$ 时，

①如果点 P_1 的 2 倍关联点 Q 在 y 轴上，那么点 Q 的坐标是________；

如果点 P_1 的 2 倍关联点 Q 在 x 轴上，那么点 Q 的坐标是________.

②如果点 $Q(x,y)$ 是点 P_1 的 k 倍关联点，且 $y=-2$，$-3 \le x \le 4$，则满足条件的点 Q 有________个；

(2)如果点 P_2 的坐标为 $(1,1)$，$M(m,0)$，$N(m-1,1)$，若在线段 MN 上存在 P_2 的 2 倍关联点，直接写出 m 的取值范围.

28．已知正方形 $ABCD$ 和一动点 E，连接 CE，将线段 CE 绕点 C 顺时针旋转 $90°$ 得到线段 CF，连接 BE，DF.

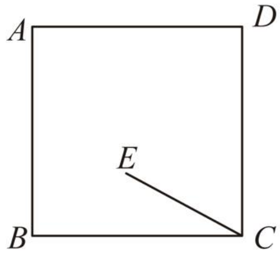


图1

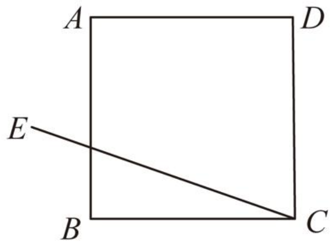


图2

(1)如图 1，当点 E 在正方形 $ABCD$ 内部时，

①依题意补全图 1；

②求证：$BE=DF$；

(2)如图 2，当点 E 在正方形 $ABCD$ 外部时，连接 AF，取 AF 中点 M，连接 AE，DM，用等式表示线段 AE 与 DM 的数量关系，并证明.

参考答案：

1．B

【分析】用科学记数法表示绝对值较大的数时，一般形式为$a\times10^{n}$，其中$1\leq|a|<10$，n为整数，且n比原来的整数位数少1，据此判断即可．

【详解】解：$239000000=2.39\times10^{8}$，

故选：B．

【点睛】本题考查了科学记数法的表示方法，用科学记数法表示绝对值较大的数时，一般形式为$a\times10^{n}$，其中$1\leq|a|<10$，n为整数，且n比原来的整数位数少1，解题的关键是要正确确定a和n的值．

2．D

【分析】本题主要考查了轴对称图形的定义，解题的关键是掌握轴对称图形：一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合的图形．据此逐个判断即可．

【详解】解：A、B、C均能找到一条直线，使A、B、C沿着该直线折叠后，直线两旁的部分能够完全重合，故A、B、C是轴对称图形，不符合题意；

D不能找到一条直线，使D沿着该直线折叠后，直线两旁的部分能够完全重合，故D不是轴对称图形，符合题意；

故选：D．

3．C

【分析】由$\angle AOC=\angle BOD=90^{\circ}$，$\angle AOD=126^{\circ}$，可求出$\angle COD$的度数，再根据角与角之间的关系求解．

【详解】∵$\angle AOC=90^{\circ}$，$\angle AOD=126^{\circ}$，

∴$\angle COD=\angle AOD-\angle AOC=36^{\circ}$，

∵$\angle BOD=90^{\circ}$，

∴$\angle BOC=\angle BOD-\angle COD=90^{\circ}-36^{\circ}=54^{\circ}$．

故选：C．

【点睛】本题考查的知识点是角的计算，注意此题的解题技巧：两个直角相加和$\angle AOD$相比，多加了$\angle BOC$．

4．B

【分析】由$a-1>0$可得$a>1$，则$a>0$，根据不等式的性质求解即可．

【详解】解：$a-1>0$得$a>1$，则$a>0$，

∴$-a<-1$，

∴$-a<-1<1<a$，

故选：B．

【点睛】本题考查了不等式的性质，注意：当不等式两边同时乘以一个负数，则不等式的符号需要改变．

5．A

【分析】利用一元二次方程根的判别式即可求解．

【详解】解：由题意得：$\Delta=(-4)^2-4m=0$，

解得：$m=4$，

故选A．

【点睛】本题考查了一元二次方程根的判别式，熟练掌握其公式是解题的关键．

6．D

【分析】利用多边形的内角和公式$\left(n-2\right)\times180^{\circ}$，即可求解．

【详解】解：$(12-2)\times180^{\circ}=1800^{\circ}$，

∴十二边形的内角和为：1800°，

故选：D．

【点睛】本题考查了多边形的内角和，熟练掌握多边形的内角和公式是解题的关键．

7．A

【分析】由图象可知：当y最大时，x为0，当x最大时，y为零，即y随x的增大而减小，再结合题意即可判定．

【详解】解：①汽车从A地匀速行驶到B地，汽车的剩余路程y随行驶时间x的增大而减小，故①可以利用该图象表示；

②将水箱中的水匀速放出，直至放完，水箱中的剩余水量y随放水时间x的增大而减小，故②可以利用该图象表示；

③设绳子的长为L，一边长x，则另一边长为$\frac{1}{2}L-x$，

则矩形的面积为：$y=\left(\frac{1}{2}L-x\right)\cdot x=-x^2+\frac{1}{2}Lx$，

故③不可以利用该图象表示；

故可以利用该图象表示的有：①②，

故选：A．

【点睛】本题考查了函数图象与函数的关系，采用数形结合的思想是解决本题的关键．

8．C

【分析】本题主要考查了二次函数与 x 轴的交点问题，根据表中数据得出对称轴 $x=-1$，进而得到抛物线与 x 轴的交点，利用交点式得到 $y=a\left(x+3\right)\left(x-1\right)$，从而得到二次函数表达式为 $y=-\frac{2}{3}\left(x+3\right)\left(x-1\right)$，根据当 $-\frac{5}{2}<x<0$ 时，直线 $y=k$ 与该二次函数图像有两个公共点，可得 $2<k<\frac{8}{3}$．

【详解】解：由 $\left(-5,m\right)$、$\left(3,m\right)$ 可得抛物线对称轴 $x=\frac{-5+3}{2}=-1$，

又由 $\left(x_1,0\right)$、$\left(1,0\right)$ 以及对称轴 $x=-1$ 可得 $x_1=-3$，

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的交点为 $\left(-3,0\right)$、$\left(1,0\right)$，

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y=a\left(x+3\right)\left(x-1\right)$，

$\because$ $y=a\left(x+3\right)\left(x-1\right)=a\left(x^2+2x-3\right)=ax^2+2ax-3a$ 与 $y=ax^2+bx+2\left(a\neq 0\right)$ 对比可得

$-3a=2$，解得 $a=-\frac{2}{3}$，

$\therefore$ 二次函数表达式为 $y=-\frac{2}{3}\left(x+3\right)\left(x-1\right)$，

$\therefore$ 当 $x=-\frac{5}{2}$ 时，$y=-\frac{2}{3}\left(-\frac{5}{2}+3\right)\left(-\frac{5}{2}-1\right)=\frac{7}{6}$；

当 $x=0$ 时，$y=2$；

当 $x=-1$ 时，最大值 $y=\frac{8}{3}$，

$\because$ 当 $-\frac{5}{2}<x<0$ 时，直线 $y=k$ 与该二次函数图像有两个公共点，

$\therefore$ $2<k<\frac{8}{3}$，

故选：C．

9．$x\neq -2$

【分析】分式有意义的条件为分母不为 0，据此求解．

【详解】解：若代数式 $\frac{4}{x+2}$ 有意义，则 $x+2\neq 0$，

解得 $x\neq -2$，

故实数x的取值范围是$x\neq-2$，

故答案为：$x\neq-2$．

【点睛】本题考查分式有意义的条件，解题的关键是掌握分式的分母不能为0．

10．$y(x+y)(x-y)$

【详解】试题分析：原式提公因式得：y（x^2-y^2）$=y(x+y)(x-y)$

考点：分解因式

点评：本题难度中等，主要考查学生对多项式提公因式分解因式等知识点的掌握．需要运用平方差公式．

11．$x=1$

【分析】方程两边同时乘以$2x\left(5x+1\right)$化为整式方程，解整式方程即可，最后要检验．

【详解】解：方程两边同时乘以$2x\left(5x+1\right)$，得$6x=5x+1$，

解得：$x=1$，

经检验，$x=1$是原方程的解，

故答案为：$x=1$．

【点睛】本题考查了解分式方程，熟练掌握解分式方程的步骤是解题的关键．

12．4

【分析】本题主要考查了利用待定系数法求正比例函数的表达式，熟练掌握待定系数法是解题的关键．先将$A\left(-4,2\right)$代入$y=kx$中，求出k的值，即可求出函数$y=kx$的表达式，再将$B\left(m,-2\right)$代入函数表达式中，即可求出m的值．

【详解】解：将$A\left(-4,2\right)$代入$y=kx$中，得

$-4k=2$，

解得$k=-\dfrac{1}{2}$，

∴函数$y=kx$的表达式为$y=-\dfrac{1}{2}x$．

把$B\left(m,-2\right)$代入$y=-\dfrac{1}{2}x$中，得

$-\dfrac{1}{2}m=-2$，

解得$m=4$．

故答案为：4．

13．460

【分析】用 1000 乘以抽查的灯泡中使用寿命不小于 2200 小时的灯泡所占的比例即可．

【详解】解：估计这 1000 只灯泡中使用寿命不小于 2200 小时的灯泡的数量为

$1000\times\frac{17+6}{50}=460$（只），

故答案为：460．

【点睛】本题考查了用样本估计总体，用样本估计总体时，样本容量越大，样本对总体的估计也就越精确．

14． ±2/2 或 -2/ -2 或 2

【分析】根据二次函数与一元二次方程的关系可知 $x^2+bx+1=0$ 两个相等的实数根，再根据一元二次方程的根的判别式求解．

【详解】解：∵二次函数 $y=x^2+bx+1$ 的图象与 x 轴只有一个交点，

∴ $x^2+bx+1=0$ 有两个相等的实数根，

∴ $\Delta=b^2-4\times1\times1=b^2-4=0$，

解得 $b=\pm2$，

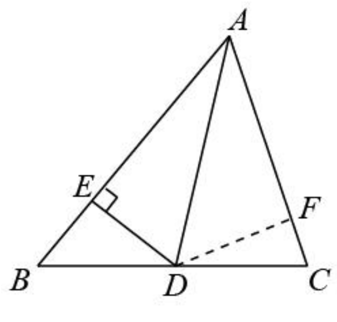
故答案为：±2．

【点睛】本题考查二次函数与一元二次方程的关系，一元二次方程的根的判别式，解题的关键是熟练运用数形结合思想．

15．1

【分析】作 $DF\perp AC$ 于点 F，由角平分线的性质推出 $DF=DE=1$，再利用三角形面积公式求解即可．

【详解】解：如图，作 $DF\perp AC$ 于点 F，



∵ AD 平分 $\angle BAC$， $DE\perp AB$， $DF\perp AC$，

∴ $DF=DE=1$，

$\therefore S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AC\cdot DF=\frac{1}{2}\times 2\times 1=1$.

故答案为：1．

【点睛】本题考查角平分线的性质，通过作辅助线求出三角形 ACD 中 AC 边上的高是解题的关键.

16．②③/③②

【分析】①过点 D 作 $DF\perp AE$ 于点 F，证明四边形 $ACDF$ 为矩形，得出 $DF=AC=a+b$，根据 $\mathrm{Rt}\triangle DEF$ 中，DE 为斜边，DF 为直角边，得出 $DF<DE$，即可判断①错误；

②根据全等三角形的性质得出 $CD=AB=a$，根据勾股定理得出

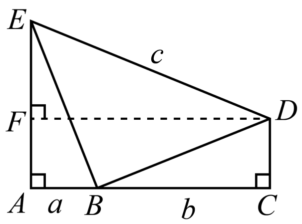
$BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{a^2+b^2}$，根据三角形三边关系得出 $BC+CD>BD$，即可得出

$a+b>\sqrt{a^2+b^2}$，判断②正确；

③证明 $\angle DBE=180^\circ-90^\circ=90^\circ$，根据勾股定理得出 $DE=\sqrt{BE^2+BD^2}=\sqrt{2}BD$，求出

$c=\sqrt{2}BD$，根据 $a+b>BD$，得出 $\sqrt{2}(a+b)>\sqrt{2}BD$，即可得出 $\sqrt{2}(a+b)>c$，判断③正确.

【详解】解：①过点 D 作 $DF\perp AE$ 于点 F，如图所示：



$\because \angle A=\angle C=\angle AFD=90^\circ$，

$\therefore$四边形 $ACDF$ 为矩形，

$\therefore DF=AC=a+b$，

$\because$在 $\mathrm{Rt}\triangle DEF$ 中，DE 为斜边，DF 为直角边，

$\therefore DF<DE$，

$\therefore a+b<c$，故①错误；

②$\because \triangle EAB\cong\triangle BCD$，

$\therefore CD=AB=a$，

根据勾股定理得：$BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{a^2+b^2}$，

$\because BC+CD>BD$，

∴ $a+b>\sqrt{a^2+b^2}$，故②正确；

③∵ $\triangle EAB \cong \triangle BCD$，

∴ $BE=BD$， $\angle ABE=\angle BDC$，

∵ $\angle CBD+\angle BDC=90°$，

∴ $\angle ABE+\angle CBD=90°$，

∴ $\angle DBE=180°-90°=90°$，

∴ $DE=\sqrt{BE^2+BD^2}=\sqrt{2}BD$，

即 $c=\sqrt{2}BD$，

∵ $a+b>BD$，

∴ $\sqrt{2}\left(a+b\right)>\sqrt{2}BD$，

即 $\sqrt{2}\left(a+b\right)>c$，故③正确；

综上分析可知，正确的有②③.

故答案为：②③.

【点睛】本题主要考查了勾股定理三角形全等的判定和性质，矩形的判定和性质，三角形三边关系，解题的关键是熟练掌握相关的判定和性质.

17． $5+\sqrt{3}$

【分析】先计算二次根式、负指数幂和绝对值，再进行加减计算即可.

【详解】$\sqrt{27}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+\left|-2\right|-\sqrt{12}$

$=3\sqrt{3}+3+2-2\sqrt{3}$

$=5+\sqrt{3}$

【点睛】本题主要考查了实数的运算，熟练掌握二次根式的化简、负指数幂即绝对值的计算是解题的关键.

18． $1<x<2$

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集.