图像处理技术

李钦、杨耿
深圳信息职业技术学院
软件学院
科技楼1703D室
1295254769@qq.com

图像处理技术

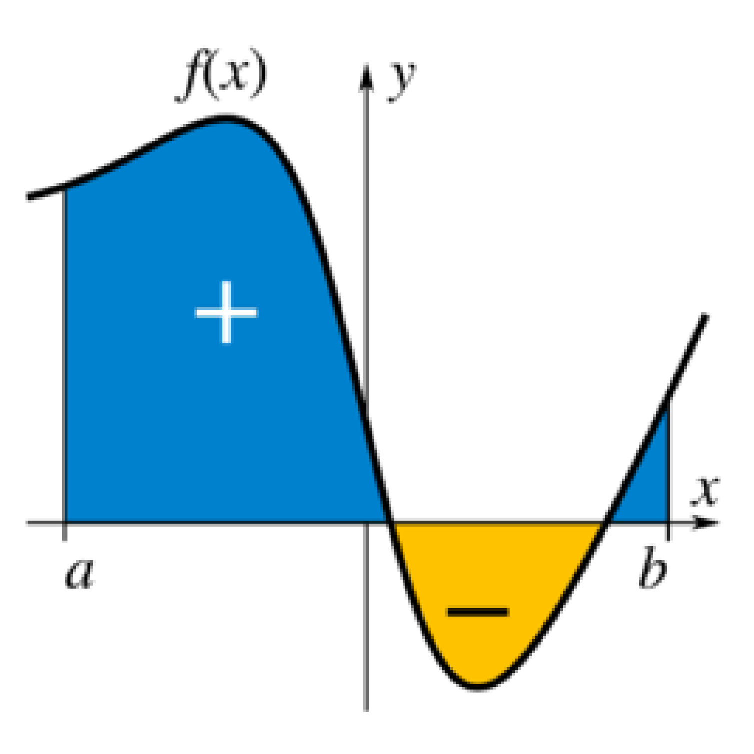
第十一章 卷积与相关

1-1 卷积与相关

前置知识：

高数

连续函数的积分



1-1 卷积与相关

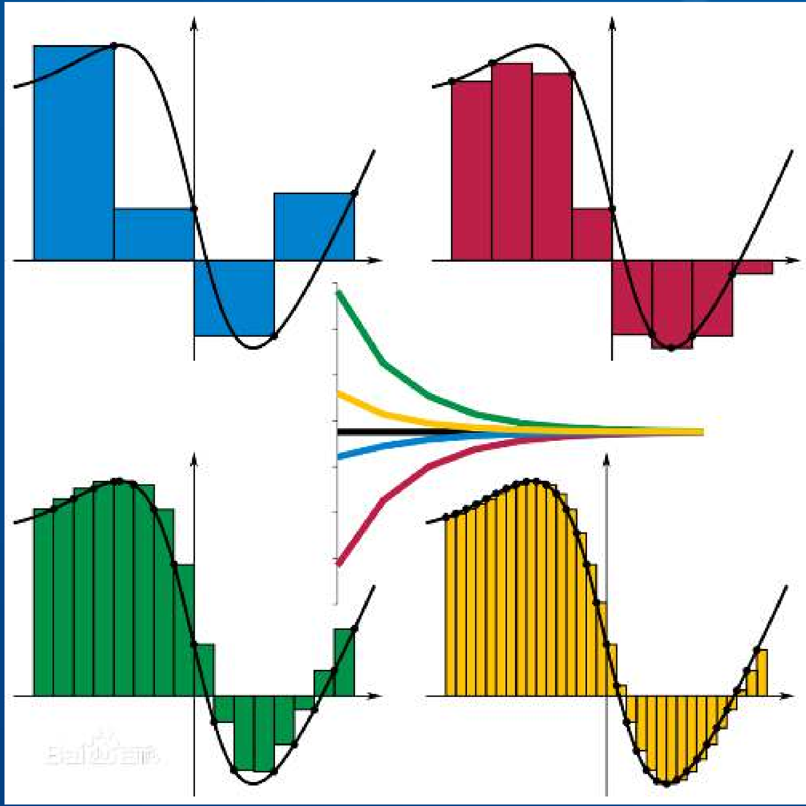
前置知识：

高数

连续函数的积分

≈　　离散求和

（分成无限份）



1-1 卷积与相关

互相关：互相关是描述f(s)、g(t) 在任意两个不同时刻s，t的取值之间的相关程度

- 连续函数（积分）

$$(f * g)(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(t)g(t+\tau)dt$$

- 离散函数（求和）

$$(f * g)(n) = \sum_{-\infty}^{+\infty} f^*[m]g(n+m)$$

1-1 卷积与相关

自相关：f(s)=g(t)

- 连续函数（积分）

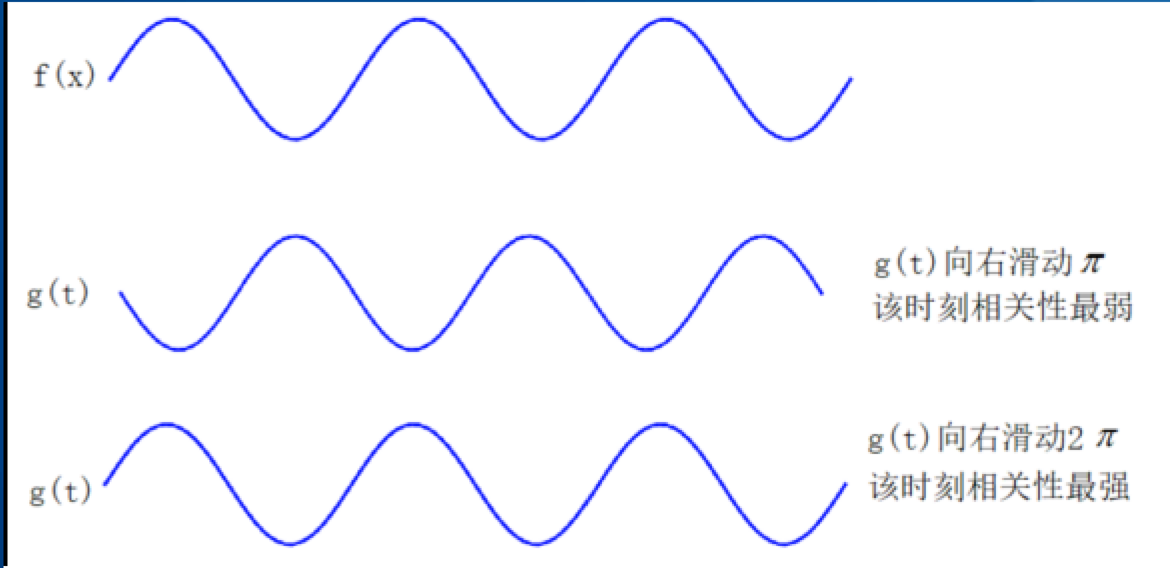
$$(f * g)(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(t) g(t+\tau) dt$$

- 离散函数（求和）

$$(f * g)(n) = \sum_{-\infty}^{+\infty} f^*[m] g(n+m)$$

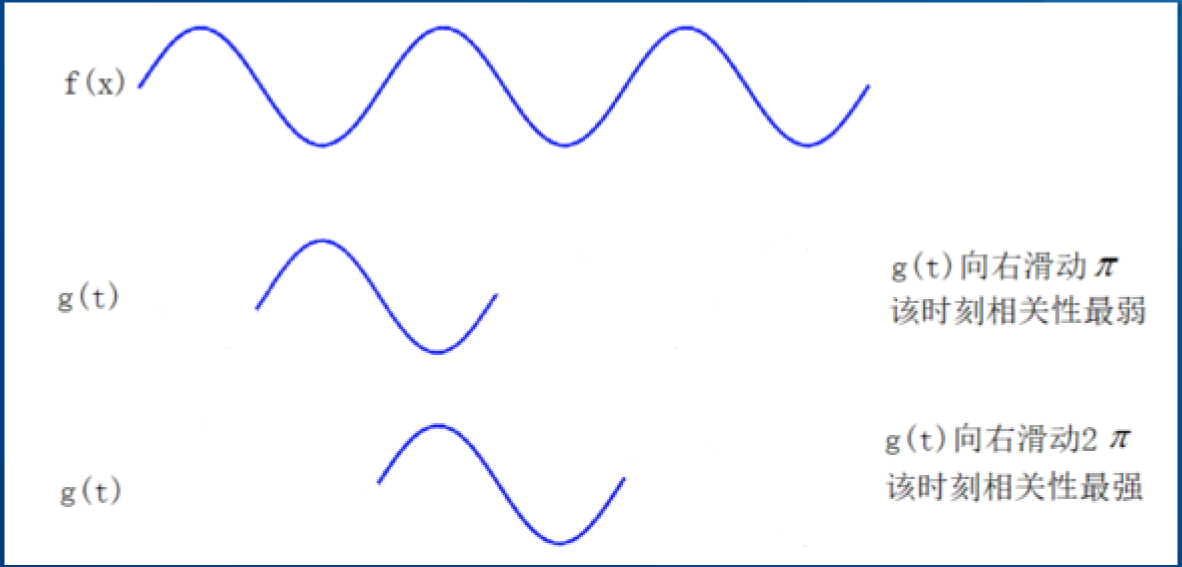
1-1 卷积与相关

自相关就是函数和函数本身的相关性，即f(x)=g(t)，当函数中有周期性分量的时候，自相关函数的极大值能够很好的体现这种周期性。



1-1 卷积与相关

互相关就是两个函数之间的相关性，当两个函数都具有相同周期分量的时候，它的极大值同样能体现这种周期性的分量。



1-1 卷积与相关

- （1）相关

$$
\begin{aligned}
C(x) &= f(x) \otimes g(x) \\
&= \int_{t=-n}^{n} f(x+t)\, g(t)\, dt \\
&= \sum_{t=-n}^{n} f(x+t)\, g(t)
\end{aligned}
$$

- （2）卷积

$$
\begin{aligned}
R(x) &= f(x) * g(x) \\
&= \int_{t=-n}^{n} f(x+t)\, g(-t)\, dt \\
&= \sum_{t=-n}^{n} f(x+t)\, g(-t)
\end{aligned}
$$

1-1 卷积与相关

- （1）相关

$$C(x)=f(x)\otimes g(x)$$
$$=\int_{t=-n}^{n} f(x+t)g(t)dt$$
$$=\sum_{t=-n}^{n} f(x+t)\boxed{g(t)}$$

- （2）卷积

$$R(x)=f(x)*g(x)$$
$$=\int_{t=-n}^{n} f(x+t)g(-t)dt$$
$$=\sum_{t=-n}^{n} f(x+t)\boxed{g(-t)}$$

卷积中，g(t)需要反转

1-1 卷积与相关

- 反转示例（沿着n轴对称反转）

n	0	1	2
g(n)	1	2	3

1-1 卷积与相关

- 反转示例

n	0	1	2
g(n)	1	2	3

k=-n	-2	-1	0
g(k=-n)			

1-1 卷积与相关

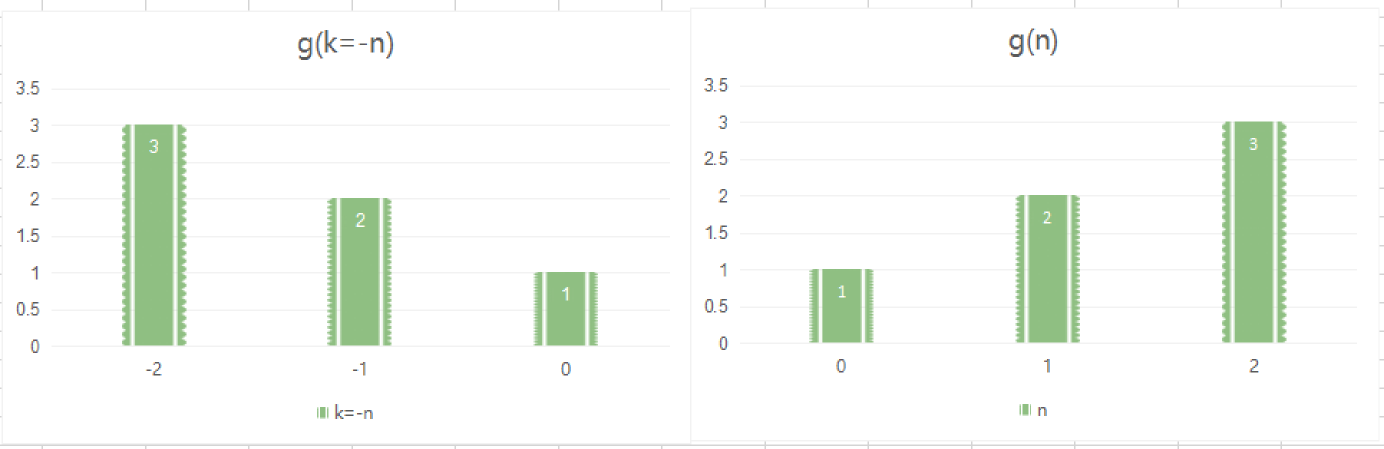
- 反转示例

n	0	1	2
g(n)	1	2	3

k	-2	-1	0
g(k=-n)	3	2	1

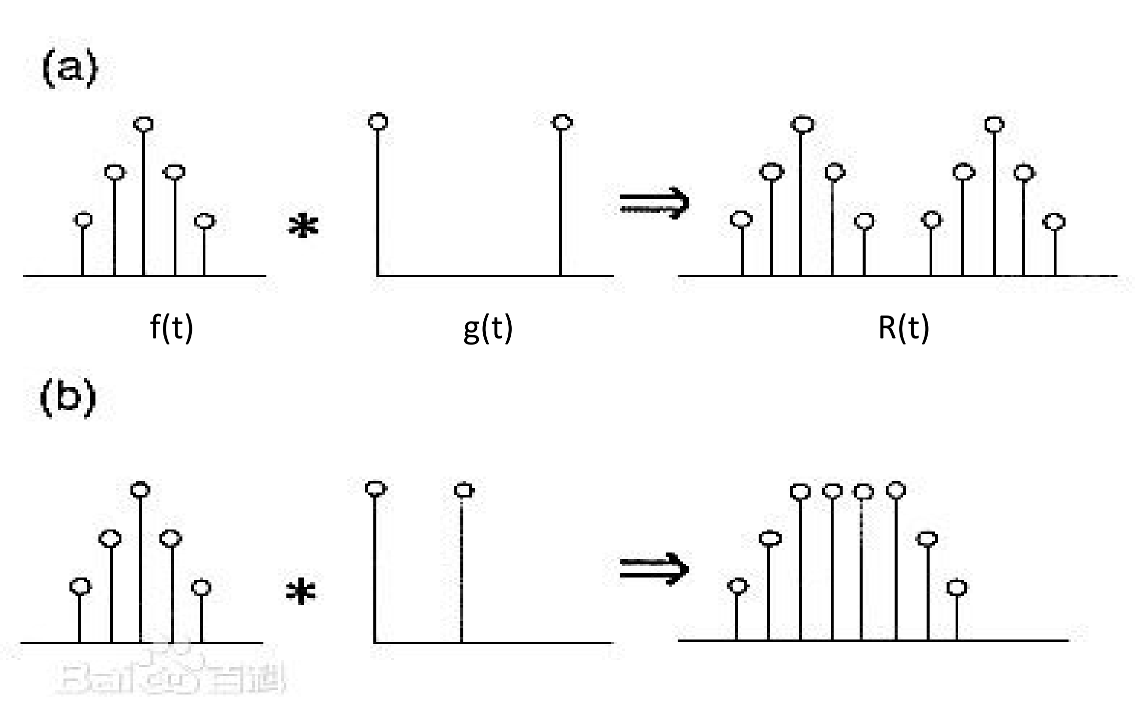
1-1 卷积与相关

- 反转示例



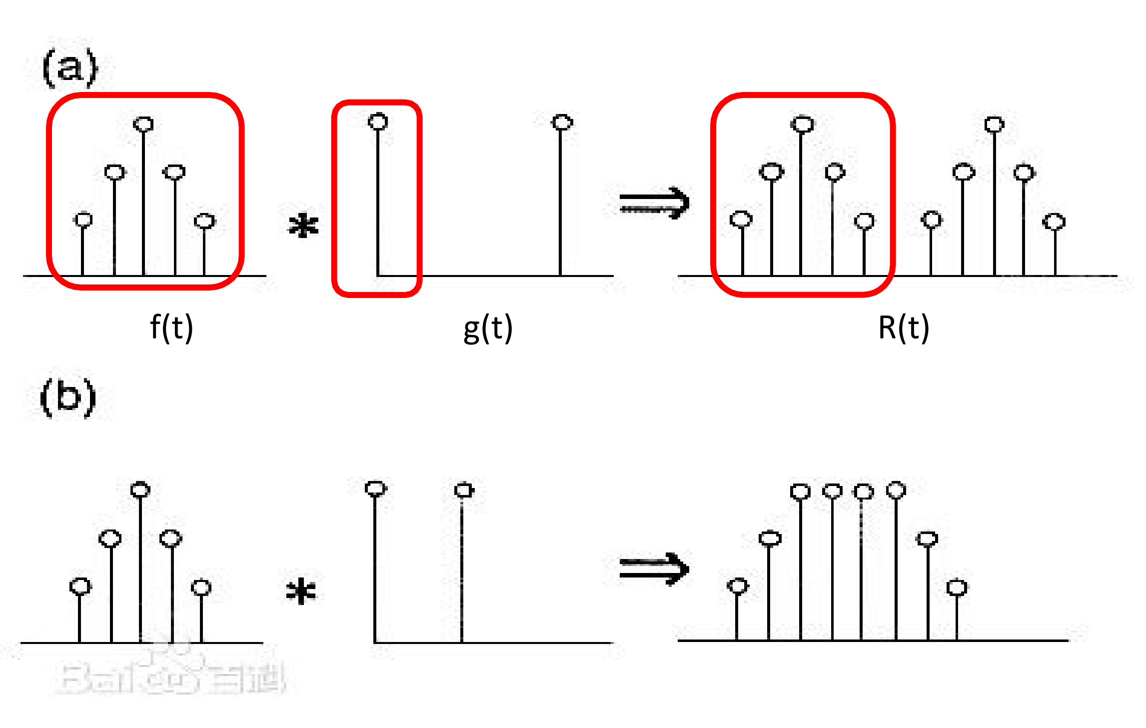
1-1 卷积与相关

- 一维卷积示例



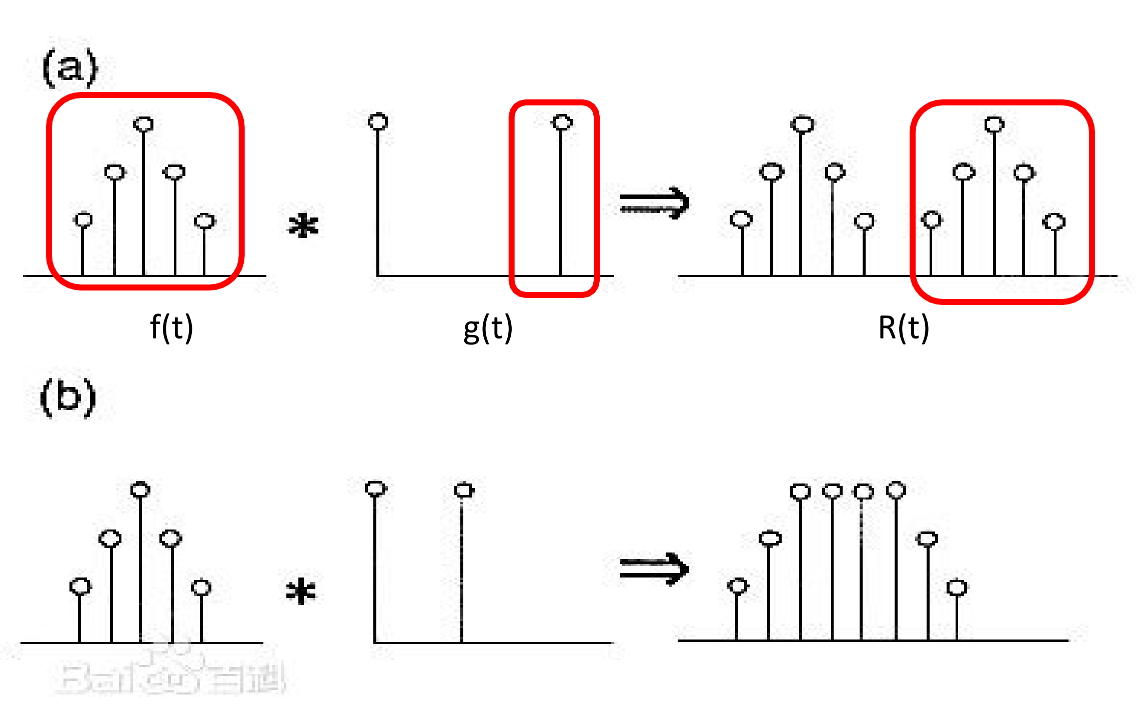
1-1 卷积与相关

- 一维卷积示例



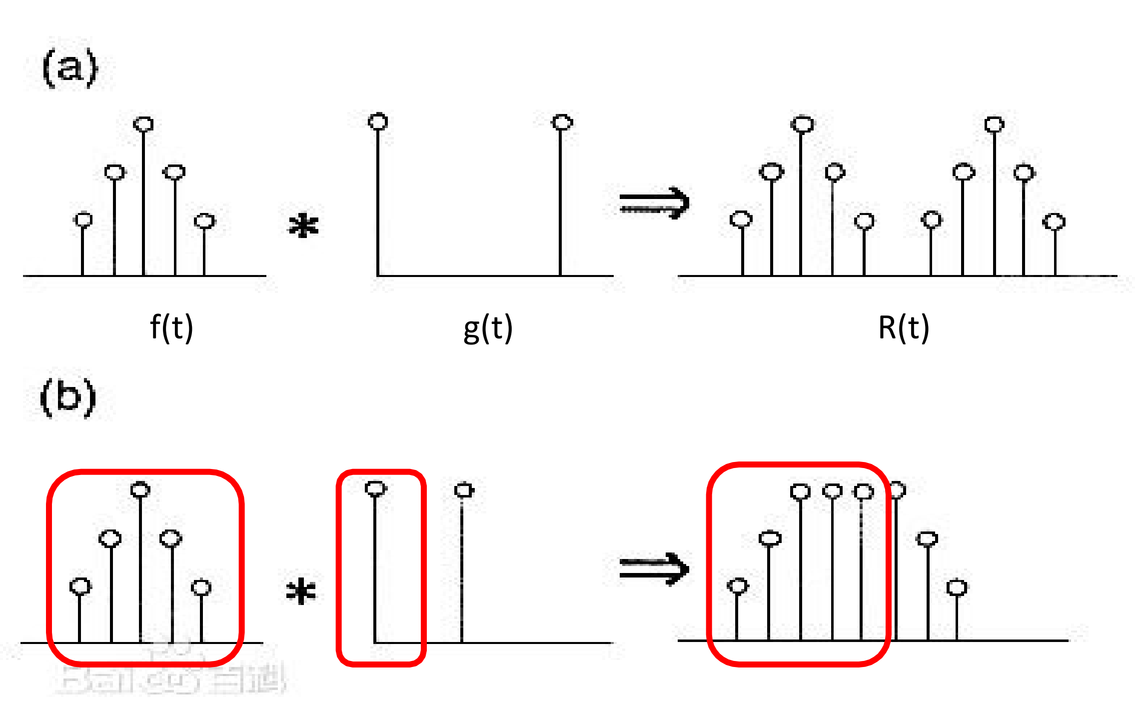
1-1 卷积与相关

- 一维卷积示例



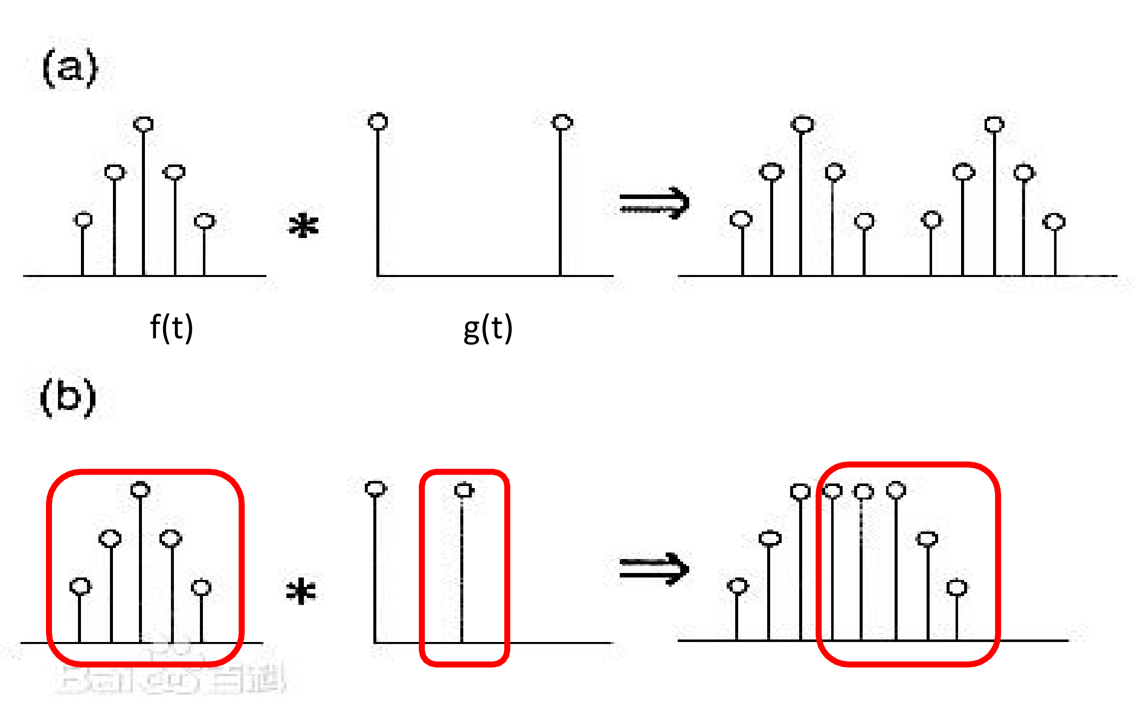
1-1 卷积与相关

- 一维卷积示例



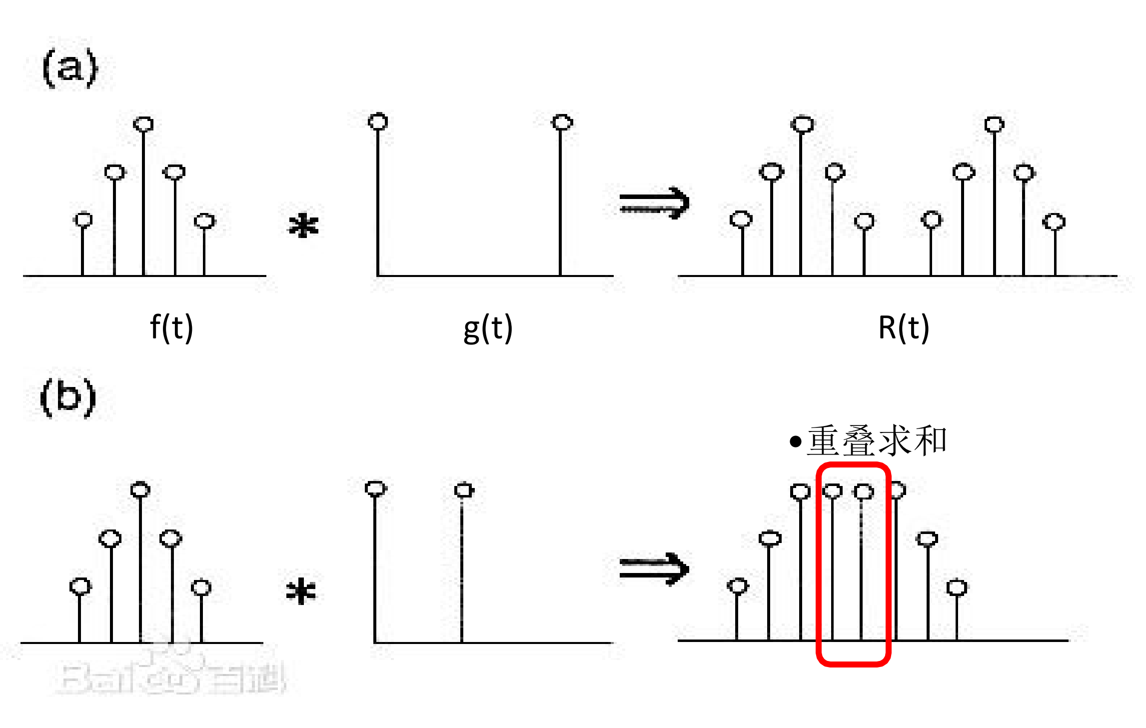
1-1 卷积与相关

- 一维卷积示例



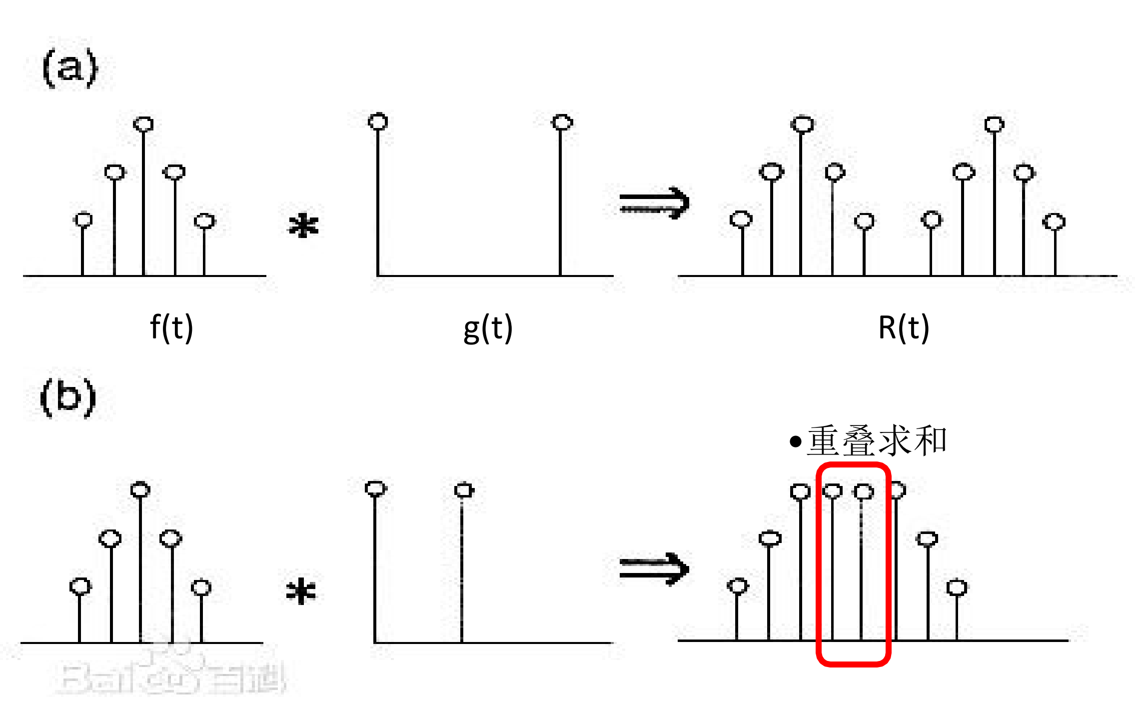
1-1 卷积与相关

- 一维卷积示例



1-1 卷积与相关

- 一维卷积示例



1-1 卷积与相关

- 本课程中所有的图像滤波操作统一使用：

$$R(x)=f(x)*g(x)=\sum_{t=-n}^{n} f(x+t)g(t)$$

- 例：f(x) = [1 2 3 7 8 9 4 5 6 7]， $x \in [0,9]$
-
- g(t) = [1 1 1], $t \in [-1, 1]$

•f(x)为原图(原信号)，g(x)为滤波器，R(x)就是输出的目标图像

•此时，f(x)是一维单通道图像矩阵，

- g(t)是滤波器（可视为已经反转）
-

1-1 卷积与相关

- 统一使用：$R(x) = f(x) * g(x) = \sum_{t=-n}^{n} \boxed{f(x+t)} g(t)$

- 例：f(x) = [1 2 3 7 8 9 4 5 6 7], x ∈ [0,9]
-
- g(t) = [1 1 1], t ∈ [-1, 1]

- x ∈ [0,9] , t ∈ [-1, 1]

- x+t ∈ ?
-