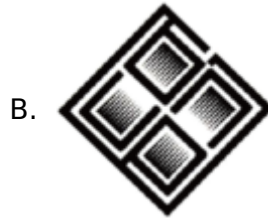


# 2023-2024 学年河南省信阳市浉河区八年级（上）期末数学试卷

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列出版社的商标图案中，是轴对称图形的为( )



2. 下列计算正确的是( )

A.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$       B.  $(3a)^2 = 6a^2$       C.  $a^6 \div a^3 = a^2$       D.  $3a^2 - a^2 = 2a^2$

3. 在下列长度的四条线段中，能与长 6cm，8cm 的两条线段围成一个三角形的是( )

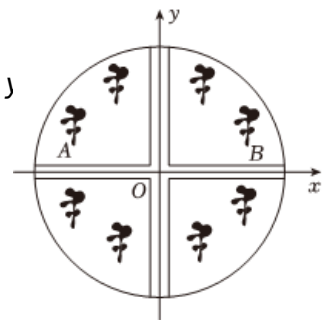
A. 1cm      B. 2cm      C. 13cm      D. 14cm

4. 下列因式分解正确的是( )

A.  $2a^2 - 4a + 2 = 2(a - 1)^2$       B.  $a^2 + ab + a = a(a + b)$

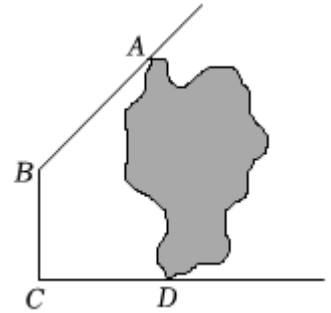
C.  $4a^2 - b^2 = (4a + b)(4a - b)$       D.  $a^3b - ab^3 = ab(a - b)^2$

5. 某小区的圆形花园中间有两条互相垂直的小路，园丁在花园中栽种了 8 棵桂花，如图所示.若 A，B 两处桂花的位置关于小路对称，在分别以两条小路为 x，y 轴的平面直角坐标系内，若点 A 的坐标为 (-6, 2)，则点 B 的坐标为( )



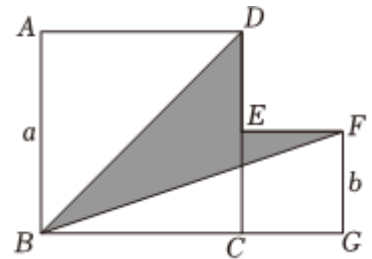
- A. (6, 2)  
 B. (-6, -2)  
 C. (2, 6)  
 D. (2, -6)

6. 校园湖边一角的形状如图所示, 其中  $AB, BC, CD$  表示围墙, 若在线段右侧的区域中找到一点  $P$  修建一个观赏亭, 使点  $P$  到三面墙的距离都相等. 则点  $P$  在 ( )



- A. 线段  $AC, BD$  的交点
- B.  $\angle ABC, \angle BCD$  角平分线的交点
- C. 线段  $AB, BC$  垂直平分线的交点
- D. 线段  $BC, CD$  垂直平分线的交点

7. 如图, 两个正方形的边长分别为  $a$  和  $b$ , 如果  $a + b = 10, ab = 20$ , 那么阴影部分的面积是 ( )

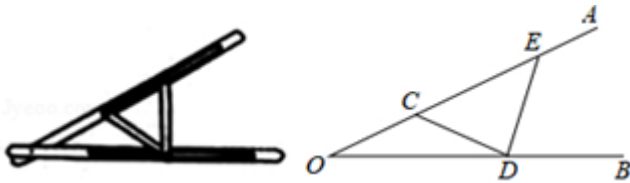


- A. 5
- B. 10
- C. 20
- D. 30

8. 已知关于  $x$  的分式方程  $\frac{m}{x-2} + 1 = \frac{x}{2-x}$  的解是非负数. 则  $m$  的取值范围是 ( )

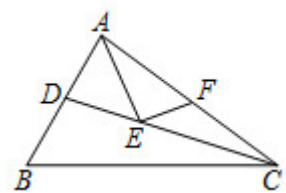
- A.  $m \leq 2$
- B.  $m \geq 2$
- C.  $m \leq 2$  且  $m \neq -2$
- D.  $m < 2$  且  $m \neq -2$

9. “三等分角”大约是在公元前五世纪由古希腊人提出来的, 借助如图所示的“三等分角仪”能三等分任一角. 这个三等分角仪由两根有槽的棒  $OA, OB$  组成, 两根棒在  $O$  点相连并可绕  $O$  转动.  $C$  点固定,  $OC = CD = DE$ , 点  $D, E$  可在槽中滑动. 若  $\angle BDE = 75^\circ$ , 则  $\angle CDE$  的度数是 ( )



- A.  $60^\circ$
- B.  $65^\circ$
- C.  $75^\circ$
- D.  $80^\circ$

10. 如图,  $CD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线,  $\triangle ABC$  的面积为 12,  $BC$  长为 6, 点  $E, F$  分别是  $CD, AC$  上的动点, 则  $AE + EF$  的最小值是 ( )



- A. 6
- B. 4

C. 3

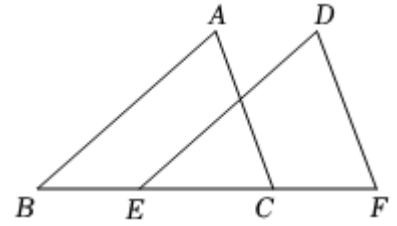
D. 2

二、填空题：本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。

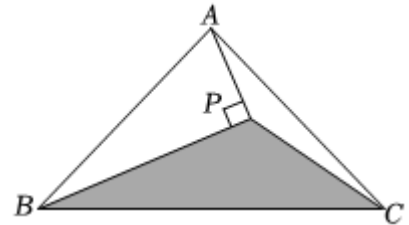
11. 若代数式  $\frac{5}{x-2}$  有意义，则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

12. 因式分解： $a^3 - a =$ \_\_\_\_\_.

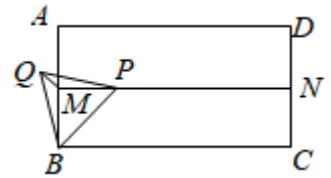
13. 如图， $B$ 、 $E$ 、 $C$ 、 $F$  四点在同一直线上，且  $BE = CF$ ， $AC = DF$ ，添加一个条件\_\_\_\_\_，使  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  (写出一个即可).



14. 如图，已知  $\triangle ABC$  的面积为  $12\text{cm}^2$ ， $BP$  平分  $\angle ABC$ ， $AP \perp BP$  于  $P$ ，连接  $PC$ ，则  $\triangle PBC$  的面积为\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ .

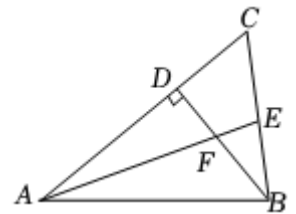


15. 在矩形  $ABCD$  中， $AB = 2$ ， $AD = 2\sqrt{3}$ ， $M$ 、 $N$  分别为  $AB$ 、 $CD$  的中点，点  $P$  为线段  $MN$  上一动点，以线段  $BP$  为边，在  $BP$  左侧作等边三角形  $BPQ$ ，连接  $QM$ ，则  $QM$  的最小值为\_\_\_\_\_.



三、计算题：本大题共 1 小题，共 9 分。

16. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 82^\circ$ ， $\angle C = 58^\circ$ ， $BD \perp AC$  于  $D$ ， $AE$  平分  $\angle CAB$ ， $BD$  与  $AE$  交于点  $F$ ，求  $\angle AFB$ .



四、解答题：本题共 7 小题，共 66 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (本小题 10 分)

(1) 计算:  $(x-1)(x+1) - (x+1)^2$ .

(2) 解方程:  $\frac{2x}{3x-3} = \frac{x}{x-1} - 1$ .

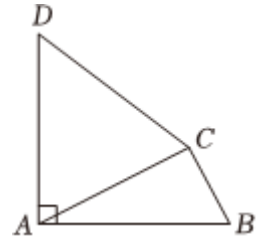
18. (本小题 9 分)

先化简, 再求值:  $(1 - \frac{1}{m-1}) \div \frac{m^2 - 4m + 4}{m^2 - m}$ , 其中  $m = -1$ .

19. (本小题 9 分)

如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AD \perp AB$  且  $AD = AB = CD$ , 连接  $AC$ .

- (1) 尺规作图: 作  $\angle ADC$  的平分线  $DE$  交  $AC$  于点  $E$  (保留作图痕迹, 不写作法);
- (2) 在 (1) 的基础上, 若  $AC \perp BC$ , 请探究  $DE$  与  $BC$  有何数量关系, 并说明理由.



20. (本小题 9 分)

2013 年 4 月 20 日, 雅安发生 7.0 级地震, 某地需 550 顶帐篷解决受灾群众临时住宿问题, 现由甲、乙两个工厂来加工生产. 已知甲工厂每天的加工生产能力是乙工厂每天加工生产能力的 1.5 倍, 并且加工生产 240 顶帐篷甲工厂比乙工厂少用 4 天.

- ① 求甲、乙两个工厂每天分别可加工生产多少顶帐篷?
- ② 若甲工厂每天的加工生产成本为 3 万元, 乙工厂每天的加工生产成本为 2.4 万元, 要使这批救灾帐篷的加工生产总成本不高于 60 万元, 至少应安排甲工厂加工生产多少天?

21. (本小题 9 分)

教材中这样写道: “我们把多项式  $a^2 + 2ab + b^2$  及  $a^2 - 2ab + b^2$  叫做完全平方式”, 如果关于某一字母的二次多项式不是完全平方式, 我们常做如下变形: 先添加一个适当的项, 使式子中出现完全平方式, 再减去这个项, 使整个式子的值不变, 这种方法叫做配方法. 配方法是一种重要的解决问题的数学方法, 不仅可以将一个看似不能分解的多项式分解因式, 还能解决一些与非负数有关的问题或求代数式最大值, 最小值等. 例如: 分解因式  $x^2 + 2x - 3$ .

原式 =  $(x^2 + 2x + 1) - 4 = (x + 1)^2 - 4 = (x + 1 + 2)(x + 1 - 2) = (x + 3)(x - 1)$ ;

例如：求代数式  $x^2 + 4x + 6$  的最小值.

$$\text{原式} = x^2 + 4x + 4 + 2 = (x + 2)^2 + 2.$$

$$\because (x + 2)^2 \geq 0,$$

$\therefore$  当  $x = -2$  时,  $x^2 + 4x + 6$  有最小值是 2.

根据阅读材料用配方法解决下列问题:

(1) 分解因式:  $m^2 - 4m - 5 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 求代数式  $x^2 - 6x + 12$  的最小值;

(3) 若  $y = -x^2 - 2x$  当  $x = \underline{\hspace{1cm}}$  时,  $y$  有最  $\underline{\hspace{1cm}}$  值(填“大”或“小”), 这个值是  $\underline{\hspace{1cm}}$ .

22. (本小题 10 分)

(1) 猜想 如图 1, 已知在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC$ , 直线  $m$  经过点  $A$ ,  $BD \perp$  直线  $m$ ,  $CE \perp$  直线  $m$ , 垂足分别为点  $D$ 、 $E$ . 试猜想  $DE$ 、 $BD$ 、 $CE$  有怎样的数量关系, 请直接写出;

(2) 探究: 如果三个角不是直角, 那结论是否会成立呢? 如图 2, 将(1)中的条件改为: 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $D$ 、 $A$ 、 $E$  三点都在直线  $m$  上, 并且有  $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC = \alpha$  (其中  $\alpha$  为任意锐角或钝角) 如果成立, 请你给出证明; 若不成立, 请说明理由;

(3) 解决问题 如图 3,  $F$  是角平分线上的一点, 且  $\triangle ABF$  和  $\triangle ACF$  均为等边三角形,  $D$ 、 $E$  分别是直线  $m$  上  $A$  点左右两侧的动点,  $D$ 、 $E$ 、 $A$  互不重合, 在运动过程中线段  $DE$  的长度始终为  $n$ , 连接  $BD$ 、 $CE$ , 若  $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC$ , 试判断  $\triangle DEF$  的形状, 并说明理由.

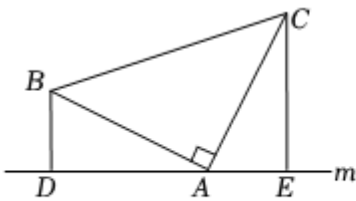


图1

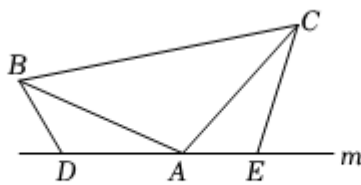


图2

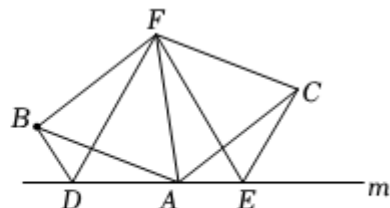


图3

23. (本小题 10 分)

**【发现】:**

如图(1), 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$ , 过点  $A$  作  $AH \perp BC$  于点  $H$ , 求证:  $AH = \frac{1}{2}BC$ .

**【证明】:**  $\because AH \perp BC$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,

$$\therefore \angle AHC = 90^\circ = \angle BAC.$$

$$\therefore \angle BAH + \angle CAH = 90^\circ, \quad \angle BAH + \angle B = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CAH = \angle B(\underline{\hspace{1cm}}),$$

在  $\triangle ABH$  和  $\triangle CAH$  中,

$$\begin{cases} \angle CAH = \angle B \\ \angle AHC = \angle BHA \\ AB = CA \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABH \cong \triangle CAH$ . (\_\_\_\_\_).

$\therefore BH = AH, AH = CH$ . (\_\_\_\_\_).

$\therefore AH = \frac{1}{2}BC$ .

**【拓展】:**

如图(2), 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  中,  $AB = AC, AD = AE$ , 且  $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ , 点  $D, B, C$  在同一条直线上,  $AH$  为  $\triangle ABC$  中  $BC$  边上的高, 连接  $CE$ . 则  $\angle DCE$  的度数为\_\_\_\_\_, 同时猜想线段  $AH, CD, CE$  之间的数量关系, 并说明理由.

**【应用】:**

在如图(3)的两张图中, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 且  $\angle BAC = 90^\circ$ , 在同一平面内有一点  $P$ , 满足  $PC = 1, PB = 6$ , 且  $\angle BPC = 90^\circ$ , 请直接写出点  $A$  到  $BP$  的距离.

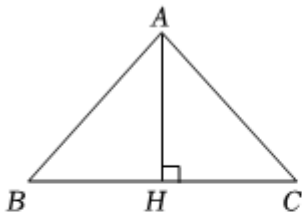


图1

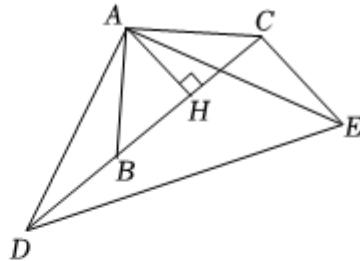


图2

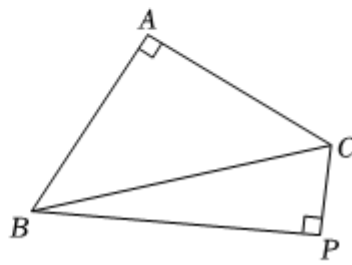
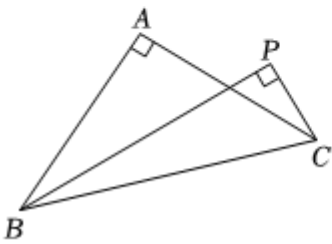


图3

## 答案和解析

### 1. 【答案】A

【解析】解：选项 *B*, *C*, *D* 中的图形都不能确定一条直线，使图形沿这条直线对折，直线两旁的部分能够完全重合，不是轴对称图形，选项 *A* 中的图形沿某条直线对折后两部分能完全重合，是轴对称图形，故选项：*A*。

利用轴对称图形的定义进行分析即可。

此题主要考查了轴对称图形，关键是掌握如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴。

### 2. 【答案】D

【解析】解：*A*、 $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$ ，原式计算错误，故选项不符合题意；

*B*、 $(3a)^2 = 9a^2$ ，原式计算错误，故选项不符合题意；

*C*、 $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$ ，原式计算错误，故选项不符合题意；

*D*、 $3a^2 - a^2 = 2a^2$ ，计算正确，故选项符合题意。

故选项：*D*。

根据同底数幂乘法、幂的乘方与积的乘方、同底数幂除法以及合并同类项的法则计算即可。

本题考查了同底数幂乘法、幂的乘方与积的乘方、同底数幂除法以及合并同类项，解题的关键是熟练掌握相关的定义和法则。

### 3. 【答案】C

【解析】解：设第三条线段长为  $x$  *cm*，由题意得：

$$8 - 6 < x < 8 + 6,$$

$$\text{解得：} 2 < x < 14,$$

只有 **13cm** 适合，

故选项：*C*。

首先设第三条线段长为  $x$  *cm*，再利用三角形的三边关系可得  $x$  的范围，然后可得答案。

此题主要考查了三角形的三边关系，关键是掌握三角形两边之和大于第三边，三角形的两边差小于第三边。

### 4. 【答案】A

**【解析】**解：A 选项， $2a^2 - 4a + 2 = 2(a - 1)^2$ ，故该选项符合题意；

B 选项， $a^2 + ab + a = a(a + b + 1)$ ，故该选项不符合题意；

C 选项， $4a^2 - b^2 = (2a + b)(2a - b)$ ，故该选项不符合题意；

D 选项， $a^3b - ab^3 = ab(a^2 - b^2) = ab(a + b)(a - b)$ ，故该选项不符合题意。

故选：A.

利用提公因式法、公式法逐个分解得结论.

本题考查了整式的因式分解，掌握因式分解的提公因式法、公式法是解决本题的关键.

## 5. 【答案】A

**【解析】**解：A，B 两处桂花的位置关于小路对称，在分别以两条小路为  $x$ ， $y$  轴的平面直角坐标系内，若点 A 的坐标为  $(-6, 2)$ ，则点 B 的坐标为  $(6, 2)$ .

故选：A.

关于  $y$  轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数，据此可得答案.

本题考查了关于  $x$  轴、 $y$  轴对称的点的坐标，解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律：(1) 关于  $x$  轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数；(2) 关于  $y$  轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数.

## 6. 【答案】B

**【解析】**解： $\because$  角的平分线上的点到角的两边的距离相等，

$\therefore$  使点 P 到三面墙的距离都相等，点 P 是  $\angle ABC$ 、 $\angle BCD$  角平分线的交点.

故选：B.

角平分线的性质：角的平分线上的点到角的两边的距离相等，由此即可判断.

本题考查角平分线的性质，关键是掌握角平分线的性质定理.

## 7. 【答案】C

**【解析】**解：根据题意可得，阴影部分面积为两个正方形面积和减去空白面积，

$$\text{即 } (a^2 + b^2) - \frac{a^2}{2} - \frac{b(a+b)}{2} = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 - ab) = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + 2ab - 3ab) = \frac{1}{2}[(a+b)^2 - 3ab];$$

代入  $a + b = 10$ ， $ab = 20$  可得：

$$S_{\text{阴影面积}} = (10 \times 10 - 20 \times 3) \div 2 = 20.$$

故选：C.

分析图形可得阴影部分面积为两个正方形面积和减去空白面积，据此计算可得关系式；代入  $a + b = 10$ ， $ab = 20$ ，计算可得答案.



此题考查整式的混合运算，解答本题的关键是利用面积的和差关系求出阴影部分的面积，但在计算时要把未知的代数式转化成已知，代入求值.

**8.【答案】C**

**【解析】**解：分式方程去分母得： $m + x - 2 = -x$ ，

解得： $x = \frac{2 - m}{2}$ ，

由分式方程的解是非负数，得到 $\frac{2 - m}{2} \geq 0$ ，且 $\frac{2 - m}{2} - 2 \neq 0$ ，

解得： $m \leq 2$ 且 $m \neq -2$ ，

故选： $C$ .

分式方程去分母转化为整式方程，由分式方程的解是非负数，确定出 $m$ 的范围即可.

此题考查了分式方程的解，以及解一元一次不等式，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

**9.【答案】D**

**【解析】**本题主要考查了等腰三角形的性质以及三角形的外角性质，理清各个角之间的关系是解答本题的关键.

根据 $OC = CD = DE$ ，可得 $\angle O = \angle ODC$ ， $\angle DCE = \angle DEC$ ，根据三角形的外角性质可知， $\angle DCE = \angle O + \angle ODC = 2\angle ODC$ ，根据三角形的外角性质即可求出 $\angle ODC$ 的度数，进而求出 $\angle CDE$ 的度数.

解： $\because OC = CD = DE$ ，

$\therefore \angle O = \angle ODC$ ， $\angle DCE = \angle DEC$ ，

$\therefore \angle DCE = \angle O + \angle ODC = 2\angle ODC$ ，

$\therefore \angle O + \angle OED = 3\angle ODC = \angle BDE = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle ODC = 25^\circ$ ，

$\therefore \angle CDE + \angle ODC = 180^\circ - \angle BDE = 105^\circ$ ，

$\therefore \angle CDE = 105^\circ - \angle ODC = 80^\circ$ .

故选： $D$ .

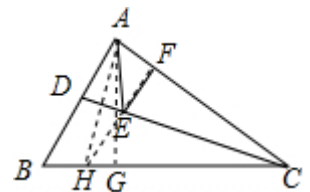
**10.【答案】B**

**【解析】**解：作 $A$ 关于 $CD$ 的对称点 $H$ ，

$\because CD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，

$\therefore$ 点 $H$ 一定在 $BC$ 上，

过 $H$ 作 $HF \perp AC$ 于 $F$ ，交 $CD$ 于 $E$ ，



则此时,  $AE + EF$  的值最小,  $AE + EF$  的最小值 =  $HF$ ,

过  $A$  作  $AG \perp BC$  于  $G$ ,

$\because \triangle ABC$  的面积为 12,  $BC$  长为 6,

$\therefore AG = 4$ ,

$\because CD$  垂直平分  $AH$ ,

$\therefore AC = CH$ ,

$\therefore S_{\triangle ACH} = \frac{1}{2}AC \cdot HF = \frac{1}{2}CH \cdot AG$ ,

$\therefore HF = AG = 4$ ,

$\therefore AE + EF$  的最小值是 4,

故选:  $B$ .

作  $A$  关于  $CD$  的对称点  $H$ , 由  $CD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线, 得到点  $H$  一定在  $BC$  上, 过  $H$  作  $HF \perp AC$  于  $F$ , 交  $CD$  于  $E$ , 则此时,  $AE + EF$  的值最小,  $AE + EF$  的最小值 =  $HF$ , 过  $A$  作  $AG \perp BC$  于  $G$ , 根据垂直平分线的性质和三角形的面积即可得到结论.

本题考查了轴对称-最短路线问题, 解题的关键是正确的作出对称点和利用垂直平分线的性质证明  $AE + EF$  的最小值为三角形某一边上的高线.

11. 【答案】  $x \neq 2$

【解析】解: 由题意得:  $x - 2 \neq 0$ ,

解得:  $x \neq 2$ ,

故答案为:  $x \neq 2$ .

根据分式的分母不为零列出不等式, 解不等式得到答案.

本题考查的是分式有意义的条件, 熟记分式的分母不为零是解题的关键.

12. 【答案】  $a(a + 1)(a - 1)$

【解析】 【分析】

此题考查了提公因式与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

原式提取  $a$ , 再利用平方差公式分解即可. 【解答】

解: 原式 =  $a(a^2 - 1) = a(a + 1)(a - 1)$ ,

故答案为  $a(a + 1)(a - 1)$ .

13. 【答案】  $AB = DE$  (答案不唯一)

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/997051034161006102>