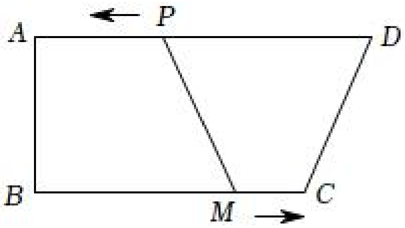
专题1 选择题的压轴题多结论问题2022中考真题专项训练（解析版）

类型一 四边形中的多结论问题

1.（2022•恩施州）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle B=90°$，$AD=10cm$，$BC=8cm$，点 P 从点 D 出发，以 $1cm/s$ 的速度向点 A 运动，点 M 从点 B 同时出发，以相同的速度向点 C 运动，当其中一个动点到达端点时，两个动点同时停止运动．设点 P 的运动时间为 t（单位：s），下列结论正确的是（　　）



A．当 $t=4s$ 时，四边形 $ABMP$ 为矩形

B．当 $t=5s$ 时，四边形 $CDPM$ 为平行四边形

C．当 $CD=PM$ 时，$t=4s$

D．当 $CD=PM$ 时，$t=4s$ 或 $6s$

思路引领：根据题意，表示出 DP，BM，AP 和 CM 的长，当四边形 $ABMP$ 为矩形时，根据 $AP=BM$，列方程求解即可；当四边形 $CDPM$ 为平行四边形，根据 $DP=CM$，列方程求解即可；当 $CD=PM$ 时，分两种情况：①四边形 $CDPM$ 是平行四边形，②四边形 $CDPM$ 是等腰梯形，分别列方程求解即可．

解：根据题意，可得 $DP=tcm$，$BM=tcm$，

∵$AD=10cm$，$BC=8cm$，

∴$AP=(10-t)cm$，$CM=(8-t)cm$，

当四边形 $ABMP$ 为矩形时，$AP=BM$，

即 $10-t=t$，

解得 $t=5$，

故 A 选项不符合题意；

当四边形 $CDPM$ 为平行四边形，$DP=CM$，

即 $t=8-t$，

解得 $t=4$，

故 B 选项不符合题意；

当 $CD=PM$ 时，分两种情况：

①四边形 $CDPM$ 是平行四边形，

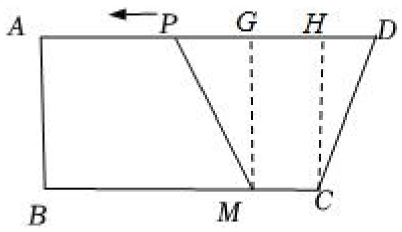
此时 $CM=PD$，

即 $8-t=t$，

解得 $t=4$，

②四边形 $CDPM$ 是等腰梯形，

过点 M 作 $MG\perp AD$ 于点 G，过点 C 作 $CH\perp AD$ 于点 H，如图所示：



则 $\angle MGP=\angle CHD=90°$，

$\because PM=CD$，$GM=HC$，

$\therefore \triangle MGP\cong\triangle CHD$（$HL$），

$\therefore GP=HD$，

$\because AG=AP+GP=10-t+\frac{t-(8-t)}{2}$，

又$\because BM=t$，

$\therefore 10-t+\frac{t-(8-t)}{2}=t$，

解得 $t=6$，

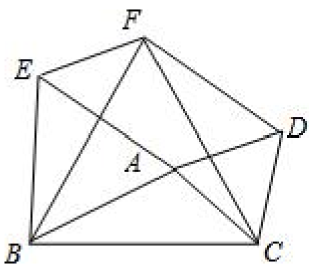
综上，当 $CD=PM$ 时，$t=4s$ 或 $6s$，

故 C 选项不符合题意，D 选项符合题意，

故选：D．

总结提升：本题考查了矩形的判定，平行四边形的判定，全等三角形的判定和性质，涉及动点问题，用含 t 的代数式表示出各线段的长是解题的关键．

2．（2022•攀枝花）如图，以$\triangle ABC$的三边为边在 BC 上方分别作等边$\triangle ACD$、$\triangle ABE$、$\triangle BCF$．且点 A 在$\triangle BCF$ 内部．给出以下结论：①四边形 $ADFE$ 是平行四边形；②当$\angle BAC=150°$ 时，四边形 $ADFE$ 是矩形；③当 $AB=AC$ 时，四边形 $ADFE$ 是菱形；④当 $AB=AC$，且$\angle BAC=150°$ 时，四边形 $ADFE$ 是正方形．其中正确结论有 ____________（填上所有正确结论的序号）．



思路引领：①利用 SAS 证明△EFB≌△ACB，得出 $EF=AC=AD$；同理由△CDF≌△CAB，得 $DF=AB=AE$；根据两边分别相等的四边形是平行四边形得出四边形 $ADFE$ 是平行四边形，即可判断结论①正确；

②当∠BAC=150°时，求出∠EAD=90°，根据有一个角是 90°的平行四边形是矩形即可判断结论②正确；

③先证明 $AE=AD$，根据一组邻边相等的平行四边形是菱形即可判断结论③正确；

④根据正方形的判定：既是菱形，又是矩形的四边形是正方形即可判断结论④正确.

解：①∵△ABE、△CBF 是等边三角形，

∴$BE=AB$，$BF=CB$，∠EBA=∠FBC=60°；

∴∠EBF=∠ABC=60°﹣∠ABF；

∴△EFB≌△ACB（SAS）；

∴$EF=AC=AD$；

同理由△CDF≌△CAB，得 $DF=AB=AE$；

由 $AE=DF$，$AD=EF$ 即可得出四边形 $ADFE$ 是平行四边形，故结论①正确；

②当∠BAC=150°时，∠EAD=360°﹣∠BAE﹣∠BAC﹣∠CAD=360°﹣60°﹣150°﹣60°=90°，

由①知四边形 $AEFD$ 是平行四边形，

∴平行四边形 $ADFE$ 是矩形，故结论②正确；

③由①知 $AB=AE$，$AC=AD$，四边形 $AEFD$ 是平行四边形，

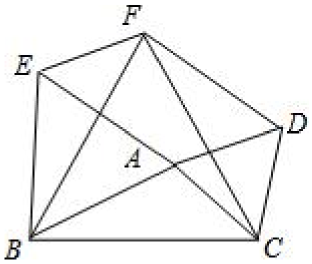
∴当 $AB=AC$ 时，$AE=AD$，

∴平行四边形 $AEFD$ 是菱形，故结论③正确；

④综合②③的结论知：当 $AB=AC$，且∠BAC=150°时，四边形 $AEFD$ 既是菱形，又是矩形，

∴四边形 $AEFD$ 是正方形，故结论④正确.

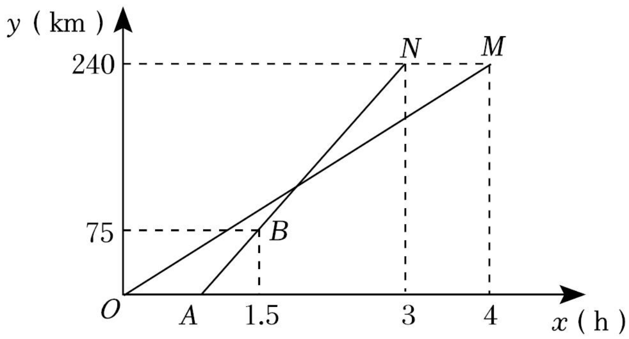
故答案为：①②③④．



总结提升：本题考查了平行四边形及矩形、菱形、正方形的判定，等边三角形的性质，全等三角形的判定与性质，熟练掌握特殊四边形的判定方法和性质是解答此题的关键．

类型二 一次函数中的多结论问题

3．（2022•攀枝花）中国人逢山开路，遇水架桥，靠自己勤劳的双手创造了世界奇迹．雅西高速是连接雅安和西昌的高速公路，被国内外专家学者公认为全世界自然环境最恶劣、工程难度最大、科技含量最高的山区高速公路之一，全长240*km*．一辆货车和一辆轿车先后从西昌出发驶向雅安，如图，线段 *OM* 表示货车离西昌距离 y_1（*km*）与时间 *x*（*h*）之间的函数关系：折线 *OABN* 表示轿车离西昌距离 y_2（*km*）与时间 *x*（*h*）之间的函数关系，则以下结论错误的是（　　）



A．货车出发 1.8 小时后与轿车相遇

B．货车从西昌到雅安的速度为 60*km*/*h*

C．轿车从西昌到雅安的速度为 110*km*/*h*

D．轿车到雅安 20 分钟后，货车离雅安还有 20*km*

思路引领：根据“速度＝路程÷时间”分别求出两车的速度，进而得出轿车出发的时间，再对各个选项逐一判断即可．

解：由题意可知，

货车从西昌到雅安的速度为：240÷4＝60（*km*/*h*），故选项 *B* 不合题意；

轿车从西昌到雅安的速度为：（240﹣75）÷（3﹣1.5）＝110（*km*/*h*），故选项 *C* 不合题意；

轿车从西昌到雅安所用时间为：240÷110= $2\frac{2}{11}$（小时），

$3-2\frac{2}{11}=\frac{9}{11}$（小时），

设货车出发 x 小时后与轿车相遇，根据题意得：

$60x=110(x-\frac{9}{11})$，

解得 $x=1.8$，

∴货车出发 1.8 小时后与轿车相遇，故选项 A 不合题意；

轿车到雅安 20 分钟后，货车离雅安还有 $60\times\frac{60-20}{60}=40$（$km$），故选项 D 符合题意．

故选：D．

总结提升：此题为一次函数的应用，解答一次函数的应用问题中，要注意自变量的取值范围还必须使实际问题有意义．

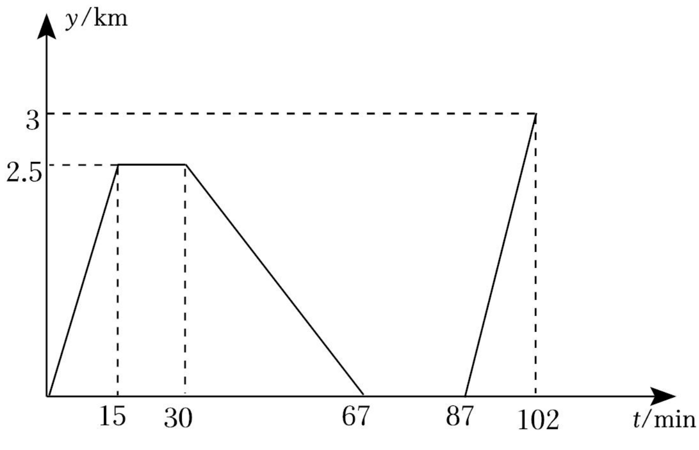
4．（2022•赤峰）已知王强家、体育场、学校在同一直线上，下面的图象反映的过程是：某天早晨，王强从家跑步去体育场锻炼，锻炼结束后，步行回家吃早餐，饭后骑自行车到学校．图中 x 表示时间，y 表示王强离家的距离．则下列结论正确的是 ＿①③④＿．（填写所有正确结论的序号）

①体育场离王强家 2.5km

②王强在体育场锻炼了 30min

③王强吃早餐用了 20min

④王强骑自行车的平均速度是 0.2km/min



思路引领：利用图象中的信息对每个结论进行逐一判断即可．

解：由图象中的折线中的第一段可知：王强家距离体育场 2.5 千米，用时 15 分钟跑步到达，

∴①的结论正确；

由图象中的折线中的第二段可知：王强从第 15 分钟开始锻炼，第 30 分钟结束，

∴王强锻炼的时间为：30﹣15＝15（分钟），

∴②的结论不正确；

由图象中的折线中的第三段可知：王强从第 30 中开始回家，第 67 分钟到家；

由图象中的折线中的第四段可知：王强从第 67 分钟开始吃早餐，第 87 分钟结束，

∴王强吃早餐用时：87﹣67＝20（分钟），

∴③的结论正确；

由图象中的折线中的第五段可知：王强从第 87 分钟开始骑车去往 3 千米外的学校，第 102 分钟到达学校，

∴王强骑自行车用时为：102﹣87＝15（分钟），

∴王强骑自行车的平均速度是：3÷15＝0.2（km/min）

∴④的结论正确．

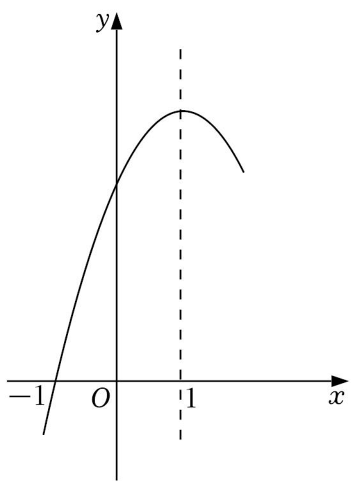
综上，结论正确的有：①③④，

故答案为：①③④．

总结提升：本题主要考查了函数的图象，从函数的图象中正确的获取信息是解题的关键．

类型三 二次函数中的多结论问题

5．（2022•内蒙古）如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）与 x 轴的一个交点坐标为（﹣1，0），抛物线的对称轴为直线 $x=1$，下列结论：①$abc<0$；②$3a+c=0$；③当 $y>0$ 时，x 的取值范围是﹣1≤x<3；④点（﹣2，y_1），（2，y_2）都在抛物线上，则有 $y_1<0<y_2$.其中结论正确的个数是（　　）



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

思路引领：由抛物线的开口方向判断 a 与 0 的关系，由抛物线与 y 轴的交点判断 c 与 0 的关系，然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理，进而对所得结论进行判断．

解：根据函数的对称性，抛物线与 x 轴的另外一个交点的坐标为（3，0）；

①函数对称轴在 y 轴右侧，则 $ab<0$，而 c 已经修改>0，故 $abc<0$，

故①正确，符合题意；

②∵$x=-\frac{b}{2a}=1$，即 $b=-2a$，

而 $x=-1$ 时，$y=0$，即 $a-b+c=0$，

∴$a+2a+c=0$，

∴$3a+c=0$．

∴②正确，符合题意；

③由图象知，当 $y>0$ 时，x 的取值范围是 $-1<x<3$，

∴③错误，不符合题意；

④从图象看，当 $x=-2$ 时，$y_1<0$，

当 $x=2$ 时，$y_2>0$，

∴有 $y_1<0<y_2$，

故④正确，符合题意；

故选：C．

总结提升：本题考查了二次函数图象与系数的关系：对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$），二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小：当 $a>0$ 时，抛物线向上开口；当 $a<0$ 时，抛物线向下开口；一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置：当 a 与 b 同号时（即 $ab>0$），对称轴在 y 轴左；当 a 与 b 异号时（即 $ab<0$），对称轴在 y 轴右；常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点位置：抛物线与 y 轴交于（0，c）；抛物线与 x 轴交点个数由△决定：$\Delta=b^2-4ac>0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点；$\Delta=b^2-4ac=0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交点；$\Delta=b^2-4ac<0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点．

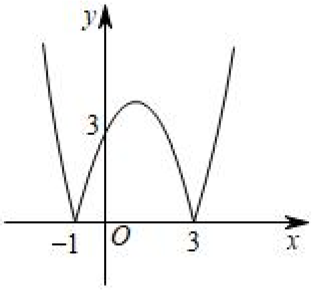
6．（2022•巴中）函数 $y=|ax^2+bx+c|$（$a>0$，$b^2-4ac>0$）的图象是由函数 $y=ax^2+bx+c$（$a>0$，$b^2-4ac>0$）的图象 x 轴上方部分不变，下方部分沿 x 轴向上翻折而成，如图所示，则下列结论正确的是（　　）

①$2a+b=0$；

②$c=3$；

③$abc>0$；

④将图象向上平移 1 个单位后与直线 $y=5$ 有 3 个交点．



A．①②　　　B．①③　　　C．②③④　　　D．①③④

思路引领：根据函数图象与 x 轴交点的横坐标求出对称轴为$-\frac{b}{2a}=1$，进而可得 $2a+b=0$，由图象可得抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 y 轴交点在 x 轴下方，由抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的开口方向，对称轴位置和抛物线与 y 轴交点位置可得 abc 的符号，求出二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点式，可得图象向上平移 1 个单位后与直线 $y=5$ 有 3 个交点

解：∵图象经过（﹣1，0），（3，0），

∴抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=1$，

∴$-\frac{b}{2a}=1$，

∴$b=-2a$，即 $2a+b=0$，①正确．

由图象可得抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 y 轴交点在 x 轴下方，

∴$c<0$，②错误．

由抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的开口向上可得 $a>0$，

∴$b=-2a<0$，

∴$abc>0$，③正确．

设抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的解析式为 $y=a(x+1)(x-3)$，

代入（0，3）得：$3=-3a$，

解得：$a=-1$，

∴$y=-(x+1)(x-3)=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$，

∴顶点坐标为（1，4），

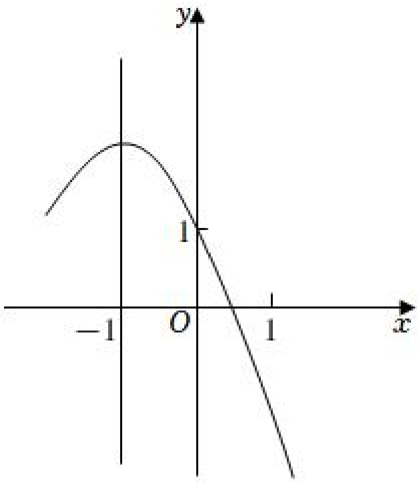
∵点（1，4）向上平移 1 个单位后的坐标为（1，5），

∴将图象向上平移 1 个单位后与直线 $y=5$ 有 3 个交点，故④正确；

故选：D．

总结提升：本题考查了二次函数的图象和性质，掌握二次函数的对称轴公式，顶点坐标的求法是解题的关键．

7．（2022•资阳）如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象，其对称轴为直线 $x=-1$，且过点（0，1）．有以下四个结论：①$abc>0$，②$a-b+c>1$，③$3a+c<0$，④若顶点坐标为（－1，2），当 $m\leqslant x\leqslant 1$ 时，y 有最大值为 2、最小值为－2，此时 m 的取值范围是 $-3\leqslant m\leqslant -1$．其中正确结论的个数是（　　）



A．4 个　　　　B．3 个　　　　C．2 个　　　　D．1 个

思路引领：①：根据二次函数的对称轴 $-\dfrac{b}{2a}=-1$，$c=1$，即可判断出 $abc>0$；

②：结合图象发现，当 $x=-1$ 时，函数值大于 1，代入即可判断；

③：结合图象发现，当 $x=1$ 时，函数值小于 0，代入即可判断；

④：运用待定系数法求出二次函数解析式，再利用二次函数的对称性即可判断．

解：∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象，其对称轴为直线 $x=-1$，且过点（0，1），

∴$-\dfrac{b}{2a}=-1$，$c=1$，

∴$ab>0$，

∴$abc>0$，故①正确；

从图中可以看出，当 $x=-1$ 时，函数值大于 1，

因此将 $x=-1$ 代入得，$(-1)^2\cdot a+(-1)\cdot b+c>1$，

即 $a-b+c>1$，故②正确；

∵$-\dfrac{b}{2a}=-1$，

∴$b=2a$，

从图中可以看出，当 $x=1$ 时，函数值小于 0，

∴$a+b+c<0$，

∴$3a+c<0$，故③正确；

∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点坐标为（﹣1，2），

∴设二次函数的解析式为 $y=a(x+1)^2+2$，

将（0，1）代入得，$1=a+2$，

解得 $a=-1$，

∴二次函数的解析式为 $y=-(x+1)^2+2$，

∴当 $x=1$ 时，$y=-2$；

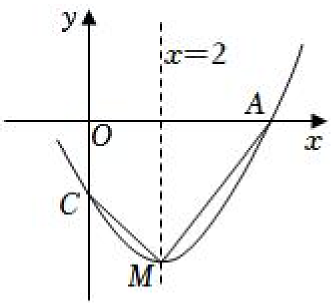
∴根据二次函数的对称性，得到 $-3\leqslant m\leqslant -1$，故④正确；

综上所述，①②③④均正确，故有 4 个正确结论，

故选 *A*．

总结提升：本题考查了二次函数的图象和性质，待定系数法求二次函数解析式等，熟练掌握二次函数的图象和性质是本题的关键．

8．（2022•丹东）如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）与 x 轴交于点 A（5，0），与 y 轴交于点 C，其对称轴为直线 $x=2$，结合图象分析如下结论：①$abc>0$；②$b+3a<0$；③当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大；④若一次函数 $y=kx+b$（$k\neq 0$）的图象经过点 A，则点 E（k，b）在第四象限；⑤点 M 是抛物线的顶点，若 $CM\perp AM$，则 $a=\frac{\sqrt{6}}{6}$．其中正确的有（　　）



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

思路引领：①正确，根据抛物线的位置判断即可；

②正确，利用对称轴公式，可得 $b=-4a$，可得结论；

③错误，应该是 $x>2$ 时，y 随 x 的增大而增大；

④正确，判断出 $k>0$，可得结论；

⑤正确，设抛物线的解析式为 $y=a(x+1)(x-5)=a(x-2)^2-9a$，可得 M（2，$-9a$），C（0，$-5a$），过点 M 作 $MH\perp y$ 轴于点 H，设对称轴交 x 轴于点 K．利用相似三角形的性质，构建方程求出 a 即可．

解：∵抛物线开口向上，

∴$a>0$，

∵对称轴是直线 $x=2$，

∴$-\frac{b}{2a}=2$，

∴$b=-4a<0$

∵抛物线交 y 轴的负半轴，

∴$c<0$，

∴$abc>0$，故①正确，

∵$b=-4a$，$a>0$，

∴$b+3a=-a<0$，故②正确，

观察图象可知，当 $0<x\leqslant 2$ 时，y 随 x 的增大而减小，故③错误，

一次函数 $y=kx+b$（$k\neq 0$）的图象经过点 A，

∵$b<0$，

∴$k>0$，此时 E（k，b）在第四象限，故④正确．

∵抛物线经过（﹣1，0），（5，0），

∴可以假设抛物线的解析式为 $y=a(x+1)(x-5)=a(x-2)^2-9a$，

∴M（2，﹣9a），C（0，﹣5a），

过点 M 作 $MH\perp y$ 轴于点 H，设对称轴交 x 轴于点 K．

∵$AM\perp CM$，

∴$\angle AMC=\angle KMH=90°$，

∴$\angle CMH=\angle KMA$，

∵$\angle MHC=\angle MKA=90°$，

∴$\triangle MHC\backsim\triangle MKA$，

∴$\frac{MH}{MK}=\frac{CH}{AK}$，

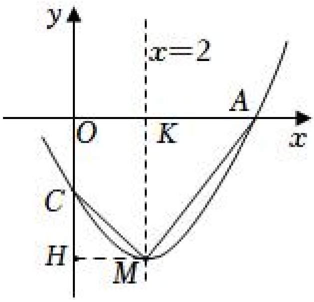
∴$\frac{2}{9a}=\frac{4a}{3}$，

∴$a^2=\frac{1}{6}$，

∵$a>0$，

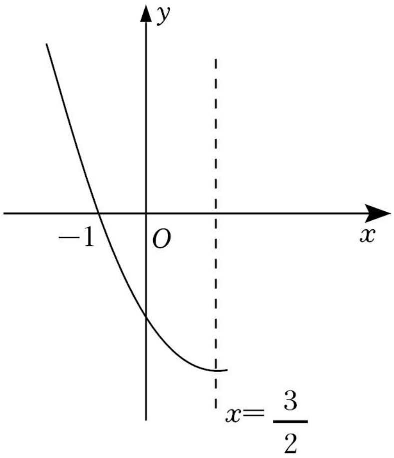
∴$a=\frac{\sqrt{6}}{6}$，故⑤正确，

故选：D.



总结提升：本题考查二次函数的性质，相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题，属于中考选择题中的压轴题．

9．（2022•日照）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的部分图象如图所示，对称轴为 $x=\frac{3}{2}$，且经过点（﹣1，0）．下列结论：①$3a+b=0$；②若点（$\frac{1}{2}$，y_1），（3，y_2）是抛物线上的两点，则 $y_1<y_2$；③$10b-3c=0$；④若 $y\leqslant c$，则 $0\leqslant x\leqslant3$．其中正确的有（　　）



A．1 个　　　　B．2 个　　　　C．3 个　　　　D．4 个

思路引领：由对称轴为 $x=\frac{3}{2}$即可判断①；根据点（$\frac{1}{2}$，y_1），（3，y_2）到对称轴的距离即可判断②；由抛物线经过点（﹣1，0），得出 $a-b+c=0$，对称轴 $x=-\frac{b}{2a}=\frac{3}{2}$，得出 $a=-\frac{1}{3}b$，代入即可判断③；根据二次函数的性质以及抛物线的对称性即可判断④．

解：∵对称轴 $x=-\frac{b}{2a}=\frac{3}{2}$，

∴$b=-3a$，

∴$3a+b=0$，①正确；

∵抛物线开口向上，点（$\frac{1}{2}$，y_1）到对称轴的距离小于点（3，y_2）的距离，

∴$y_1<y_2$，故②正确；

∵经过点（－1，0），

∴$a-b+c=0$，

∵对称轴 $x=-\frac{b}{2a}=\frac{3}{2}$，

∴$a=-\frac{1}{3}b$，

∴$-\frac{1}{3}b-b+c=0$，

∴$3c=4b$，

∴$4b-3c=0$，故③错误；

∵对称轴 $x=\frac{3}{2}$，

∴点（0，c）的对称点为（3，c），

∵开口向上，

∴$y\leqslant c$ 时，$0\leqslant x\leqslant 3$．故④正确；

故选：C．

总结提升：本题考查了二次函数的性质及二次函数图象上点的坐标特征，熟知二次函数的性质是解题的关键．

10．（2022•荆门）抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 为常数）的对称轴为 $x=-2$，过点（1，－2）和点（x_0，y_0），且 $c>0$．有下列结论：①$a<0$；②对任意实数 m 都有：$am^2+bm\geqslant 4a-2b$；③$16a+c>4b$；④若 $x_0>-4$，则 $y_0>c$．其中正确结论的个数为（　　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

思路引领：根据抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 为常数）的对称轴为 $x=-2$，过点（1，－2）且 $c>0$，即可判断开口向下，即可判断①；根据二次函数的性质即可判断②；根据抛物线的对称性即可判断③；根据抛物线的对称性以及二次函数的性质即可判断④．

解：∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 为常数）的对称轴为 $x=-2$，过点（1，－2），且 $c>0$，

∴抛物线开口向下，则 $a<0$，故①正确；

∵抛物线开口向下，对称轴为 $x=-2$，

∴函数的最大值为 $4a-2b+c$，

∴对任意实数 m 都有：$am^2+bm+c\leqslant 4a-2b+c$，即 $am^2+bm\leqslant 4a-2b$，故②错误；

∵对称轴为 $x=-2$，$c>0$．

∴当 $x=-4$ 时的函数值大于 0，即 $16a-4b+c>0$，

∴$16a+c>4b$，故③正确；

∵对称轴为 $x=-2$，点（0，c）的对称点为（-4，c），

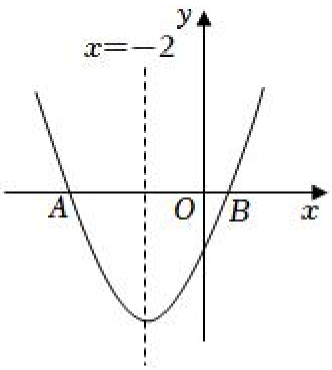
∵抛物线开口向下，

∴若 $-4<x_0<0$，则 $y_0>c$，故④错误；

故选：B.

总结提升：本题考查二次函数图象与系数的关系，解题关键是掌握二次函数与方程及不等式的关系，掌握二次函数的性质.

11.（2022•牡丹江）如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的对称轴是直线 $x=-2$，并与 x 轴交于 A，B 两点，若 $OA=5OB$，则下列结论中：①$abc>0$；②$(a+c)^2-b^2=0$；③$9a+4c<0$；④若 m 为任意实数，则 $am^2+bm+2b\geq4a$，正确的个数是（　　）



A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

思路引领：根据函数图象的开口方向、对称轴、图象与 y 轴的交点即可判断①；根据对称轴 $x=-2$，$OA=5OB$，可得 $OA=5$，$OB=1$，点 A（-5，0），点 B（1，0），当 $x=1$ 时，$y=0$ 即可判断②；根据对称轴 $x=-2$，以及，$a+b+c=0$ 得 a 与 c 的关系，即可判断③；根据函数的最小值是当 $x=-2$ 时，$y=4a-2b+c$，即可判断④；

解：①观察图象可知：$a>0$，$b>0$，$c<0$，

∴$abc<0$，故①错误；

②∵对称轴为直线 $x=-2$，$OA=5OB$，

可得 $OA=5$，$OB=1$，

∴点 A（-5，0），点 B（1，0），

∴当 $x=1$ 时，$y=0$，即 $a+b+c=0$，

∴$(a+c)^2-b^2=(a+b+c)(a+c-b)=0$，故②正确；

③抛物线的对称轴为直线 $x=-2$，即$-\frac{b}{2a}=-2$，

$\therefore b=4a$，

$\because a+b+c=0$，

$\therefore 5a+c=0$，

$\therefore c=-5a$，

$\therefore 9a+4c=-11a$，

$\because a>0$，

$\therefore 9a+4c<0$，故③正确；

④当 $x=-2$ 时，函数有最小值 $y=4a-2b+c$，

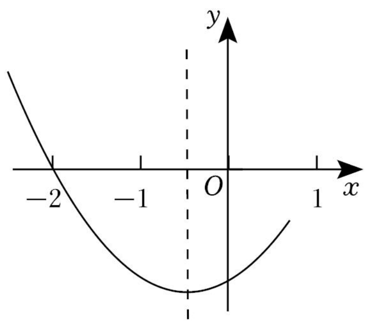
由 $am^2+bm+c\geqslant 4a-2b+c$，可得 $am^2+bm+2b\geqslant 4a$，

$\therefore$若 m 为任意实数，则 $am^2+bm+2b\geqslant 4a$，故④正确；

故选：C．

总结提升：本题考查了二次函数图象与系数的关系、二次函数图象上点的坐标特征，解决本题的关键是掌握二次函数图象与系数的关系．

12．（2022•烟台）二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）的部分图象如图所示，其对称轴为直线 $x=-\frac{1}{2}$，且与 x 轴的一个交点坐标为（-2，0）．下列结论：①$abc>0$；②$a=b$；③$2a+c=0$；④关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c-1=0$ 有两个相等的实数根．其中正确结论的序号是（　　）



A．①③　　　　B．②④　　　　C．③④　　　　D．②③

思路引领：根据对称轴、开口方向、与 y 轴的交点位置即可判断 a、b、c 与 0 的大小关系，然后将由对称轴可知 $a=b$．图象过（-2，0）代入二次函数中可得 $4a-2b+c=0$．再由二次函数最小值小于 0，从而可判断 $ax^2+bx+c=1$ 有两个不相同的解．

解：①由图可知：$a>0$，$c<0$，$-\frac{b}{2a}<0$，

$\therefore b>0$，

∴$abc<0$，故①不符合题意．

②由题意可知：$-\frac{b}{2a}=-\frac{1}{2}$，

∴$b=a$，故②符合题意．

③将（﹣2，0）代入 $y=ax^2+bx+c$，

∴$4a-2b+c=0$，

∵$a=b$，

∴$2a+c=0$，故③符合题意．

④由图象可知：二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的最小值小于 0，

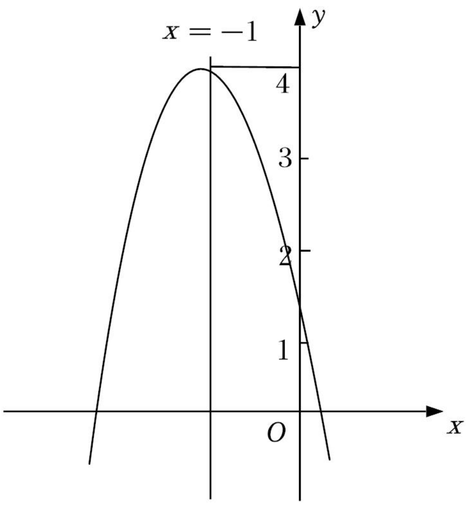
令 $y=1$ 代入 $y=ax^2+bx+c$，

∴$ax^2+bx+c=1$ 有两个不相同的解，故④不符合题意．

故选：D．

总结提升：本题考查二次函数的图像与系数的关系，解题的关键是正确地由图象得出 a、b、c 的数量关系，本题属于基础题型．

13．（2022•齐齐哈尔）如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）的图象与 y 轴的交点在（0，1）与（0，2）之间，对称轴为 $x=-1$，函数最大值为 4，结合图象给出下列结论：①$b=2a$；②$-3<a<-2$；③$4ac-b^2<0$；④若关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+a=m-4$（$a\neq 0$）有两个不相等的实数根，则 $m>4$；⑤当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小．其中正确的结论有（　　）



A．2 个　　B．3 个　　C．4 个　　D．5 个

思路引领：由抛物线对称轴为直线 $x=-1$ 可判断①，由抛物线顶点坐标可得 a 与 c 的关系，由抛物线与 y 轴交点位置可判断 c 的取值范围，从而判断②，由抛物线与 x 轴交点个数可判断③，由抛物线与直线 $y=m$ 交点个数判断④，由图象可得 $x<-1$ 时，y 随 x 增大而增大，从而判断⑤．

解：∵抛物线对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=-1$，

∴$b=2a$，①正确．

∵抛物线经过（－1，4），

∴$a-b+c=-a+c=4$，

∴$a=c-4$，

∵抛物线与 y 轴交点在（0，1）与（0，2）之间，

∴$1<c<2$，

∴ $-3<a<-2$，②正确．

∵抛物线与 x 轴有 2 个交点，

∴$b^2-4ac>0$，即 $4ac-b^2<0$，③正确．

∵$a=c-4$，

∴$ax^2+bx+a=m-4$ 可整理为 $ax^2+bx+c=m$，

∵抛物线开口向下，顶点坐标为（－1，4），

∴$m<4$ 时，抛物线与直线 $y=m$ 有两个不同交点，④错误．

由图象可得 $x<-1$ 时 y 随 x 增大而增大，

∴⑤错误．

故选：B．

总结提升：本题考查二次函数图象与系数的关系，解题关键是掌握二次函数与方程及不等式的关系．

14．（2022•雅安）抛物线的函数表达式为 $y=(x-2)^2-9$，则下列结论中，正确的序号为（　　）

①当 $x=2$ 时，y 取得最小值 -9；②若点（3，y_1），（4，y_2）在其图象上，则 $y_2>y_1$；③将其函数图象向左平移 3 个单位长度，再向上平移 4 个单位长度所得抛物线的函数表达式为 $y=(x-5)^2-5$；④函数图象与 x 轴有两个交点，且两交点的距离为 6．

A．②③④　　B．①②④　　C．①③　　D．①②③④

思路引领：由抛物线解析式可得抛物线顶点坐标，从而可判断①②，由二次函数图象平移的规律可判断③，令 $y=0$ 可得抛物线与 x 轴交点横坐标，从而判断④．

解：∵$y=(x-2)^2-9$，

∴抛物线对称轴为直线 $x=2$，抛物线开口向上，顶点坐标为（2，－9），

∴$x=2$ 时，y 取最小值 -9，①正确．

∵$x>2$ 时，y 随 x 增大而增大，

∴$y_2>y_1$，②正确.

将函数图象向左平移3个单位长度，再向上平移4个单位长度所得抛物线的函数表达式为$y=(x+1)^2-5$，③错误.

令$(x-2)^2-9=0$，

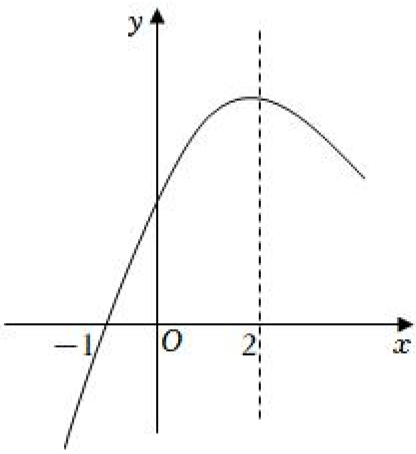
解得$x_1=-1$，$x_2=5$，

∴$5-(-1)=6$，④正确.

故选：B.

总结提升：本题考查二次函数的性质，解题关键是掌握二次函数图象与系数的关系，掌握二次函数与方程及不等式的关系.

15.（2022•广元）二次函数$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的部分图象如图所示，图象过点（-1，0），对称轴为直线$x=2$，下列结论：（1）$abc<0$；（2）$4a+c>2b$；（3）$3b-2c>0$；（4）若点A（-2，y_1）、点B（$-\frac{1}{2}$，y_2）、点C（$\frac{7}{2}$，y_3）在该函数图象上，则$y_1<y_3<y_2$；（5）$4a+2b\geq m(am+b)$（m为常数）．其中正确的结论有（　　）



A．5个　　　　B．4个　　　　C．3个　　　　D．2个

思路引领：根据抛物线的对称轴方程和开口方向以及与y轴的交点，可得$a<0$，$b>0$，$c>0$，由对称轴为直线$x=2$，可得$b=-4a$，当$x=2$时，函数有最大值$4a+2b+c$；由经过点（-1，0），可得$a-b+c=0$，$c=-5a$；再由$a<0$，可知图象上的点离对称轴越近对应的函数值越大；再结合所给选项进行判断即可.

解：∵抛物线的开口向下，

∴$a<0$，

∵抛物线的对称轴为直线$x=-\frac{b}{2a}=2$，

∴$b>0$，

∵抛物线交 y 轴的正半轴，

∴$c>0$，

∴$abc<0$，所以（1）正确；

∵对称轴为直线 $x=2$，

∴$-\frac{b}{2a}=2$，

∴$b=-4a$，

∴$b+4a=0$，

∴$b=-4a$，

∵经过点（-1，0），

∴$a-b+c=0$，

∴$c=b-a=-4a-a=-5a$，

∴$4a+c-2b=4a-5a+8a=7a$，

∵$a<0$，

∴$4a+c-2b<0$，

∴$4a+c<2b$，故（2）不正确；

∵$3b-2c=-12a+10a=-2a>0$，故（3）正确；

∵$|-2-2|=4$，$|-\frac{1}{2}-2|=\frac{5}{2}$，$|\frac{7}{2}-2|=\frac{3}{2}$，

∴$y_1<y_2<y_3$，故（4）错误；

当 $x=2$ 时，函数有最大值 $4a+2b+c$，

∴$4a+2b+c\geqslant am^2+bm+c$，

$4a+2b\geqslant m(am+b)$（m 为常数），故（5）正确；

综上所述：正确的结论有（1）（3）（5），共 3 个，

故选：C.

总结提升：本题考查二次函数的图象及性质，熟练掌握二次函数的图象及性质是解题的关键．

16.（2022•天津）已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，$0<a<c$）经过点（1，0），有下列结论：

①$2a+b<0$；

②当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大；

③关于 x 的方程 $ax^2+bx+(b+c)=0$ 有两个不相等的实数根．

其中，正确结论的个数是（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

思路引领：根据抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点（1，0）、结合题意判断①；根据抛物线的对称性判断②；根据一元二次方程根的判别式判断③．

解：①∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点（1，0），

∴$a+b+c=0$，

∵$a<c$，

∴$a+b+a<0$，即 $2a+b<0$，本小题结论正确；

②∵$a+b+c=0$，$0<a<c$，

∴$b<0$，

∴对称轴 $x=-\frac{b}{2a}>1$，

∴当 $1<x<-\frac{b}{2a}$时，y 随 x 的增大而减小，本小题结论错误；

③∵$a+b+c=0$，

∴$b+c=-a$，

对于方程 $ax^2+bx+(b+c)=0$，$\Delta=b^2-4\times a\times(b+c)=b^2+4a^2>0$，

∴方程 $ax^2+bx+(b+c)=0$ 有两个不相等的实数根，本小题结论正确；

故选：C．

总结提升：本题考查的是二次函数图象与系数的关系、一元二次方程根的判别式、抛物线与 x 轴的交点，熟记二次函数的对称轴、增减性以及一元二次方程根的判别式是解题的关键．

17．（2022•自贡）已知 $A(-3，-2)$，$B(1，-2)$，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a>0$）顶点在线段 AB 上运动，形状保持不变，与 x 轴交于 C，D 两点（C 在 D 的右侧），下列结论：

①$c\geqslant-2$；

②当 $x>0$ 时，一定有 y 随 x 的增大而增大；

③若点 D 横坐标的最小值为 -5，则点 C 横坐标的最大值为 3；

④当四边形 $ABCD$ 为平行四边形时，$a=\frac{1}{2}$．

其中正确的是（　　）

A．①③　　B．②③　　C．①④　　D．①③④

思路引领：根据顶点在线段 AB 上抛物线与 y 轴的交点坐标为（0，c）可以判断出 c 的取值范围，得到

①正确；当顶点运动到 y 轴右侧时，根据二次函数的增减性判断出②错误；当顶点在 A 点时，D 能取到最小值，当顶点在 B 点时，C 能取得最大值，然后根据二次函数的对称性求出此时点 C 的横坐标，即可判断③正确；令 $y=0$，利用根与系数的关系与顶点的纵坐标求出 CD 的长度的表达式，然后根据平行四边形的对边平行且相等可得 $AB=CD$，然后列出方程求出 a 的值，判断出④正确．

解：∵点 A，B 的坐标分别为（﹣3，﹣2）和（1，﹣2），

∴线段 AB 与 y 轴的交点坐标为（0，﹣2），

又∵抛物线的顶点在线段 AB 上运动，抛物线与 y 轴的交点坐标为（0，c），

∴$c\geqslant -2$，（顶点在 y 轴上时取“＝”），故①正确；

∵抛物线的顶点在线段 AB 上运动，开口向上，

∴当 $x>1$ 时，一定有 y 随 x 的增大而增大，故②错误；

若点 D 的横坐标最小值为﹣5，则此时对称轴为直线 $x=-3$，C 点的横坐标为﹣1，则 $CD=4$，

∵抛物线形状不变，当对称轴为直线 $x=1$ 时，C 点的横坐标为 3，

∴点 C 的横坐标最大值为 3，故③正确；

令 $y=0$，则 $ax^2+bx+c=0$，

$CD^2=\left(-\frac{b}{a}\right)^2-4\times\frac{c}{a}=\frac{b^2-4ac}{a^2}$，

根据顶点坐标公式，$\frac{4ac-b^2}{4a}=-2$，

∴$\frac{4ac-b^2}{a}=-8$，即$\frac{b^2-4ac}{a}=8$，

∴$CD^2=\frac{1}{a}\times 8=\frac{8}{a}$，

∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

∴$CD=AB=1-(-3)=4$，

∴$\frac{8}{a}=4^2=16$，

解得 $a=\frac{1}{2}$，故④正确；

综上所述，正确的结论有①③④．

故选：D．