考点测试　二项式定理

高考概览	高考在本考点的常考题型为选择题、填空题，分值为5分，中等难度
考点研读	会用二项式定理解决与二项展开式有关的简单问题

目录

狂刷小题·基础练

KUANG SHUA XIAO TI　JI CHU LIAN

一、基础小题

1．在$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2x}\right)^8$的展开式中，$x^5$的系数为(　　)

A. $\frac{45}{4}$　　　　B．$-\frac{45}{8}$

C. $\frac{35}{8}$　　　　D．7

解析　二项式的展开式的通项为$T_{r+1}=C_8^r(\sqrt{x})^{8-r}\left(\frac{1}{2}x\right)^r=C_8^r\left(\frac{1}{2}\right)^r x^{4+\frac{r}{2}}$，$r=0$，1，…，8，令$4+\frac{r}{2}=5$，解得$r=2$，所以$x^5$的系数为$C_8^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=7$.

故选 D.

2．若$(x-2y)^n$的展开式中第 4 项与第 8 项的二项式系数相等，则 n ＝(　　)

A．9　　　　B．10

C．11　　　　D．12

解析　由题意可得 $C_n^3=C_n^7$，即 $n=3+7=10$.故选 B.

3．在$\left(\frac{1}{x}-2x\right)^6$的展开式中，下列说法错误的是(　　)

A．常数项为-160

B．第 4 项的系数最大

C．第 4 项的二项式系数最大

D．所有项的系数和为 1

解析 $\left(\frac{1}{x}-2x\right)^6$的展开式的通项为 $T_{r+1}=C_6^r\left(\frac{1}{x}\right)^{6-r}\cdot(-2x)^r=(-2)^rC_6^rx^{2r-6}$，$r=0$，1，…，6，由 $2r-6=0$，得 $r=3$，所以常数项为$(-2)^3\times C_6^3=-160$，A 正确；由通项可得，r 为偶数时，系数才有可能取到最大值，由 $T_1=x^{-6}$，$T_3=60x^{-2}$，$T_5=240x^2$，$T_7=64x^6$，可知第 5 项的系数最大，B 错误；展开式共有 7 项，所以第 4 项的二项式系数最大，C 正确；令 $x=1$，得所有项的系数和为$(1-2)^6=1$，D 正确．故选 B.

4．若$\left(2x^2-\frac{3}{\sqrt{x}}\right)^n(n\in\mathbf{N}^*)$的展开式中常数项为第 9 项，则 n 的值为(　　)

A．7　　　　B．8

C．9　　　　D．10

解析　$\because\left(2x^2-\frac{3}{\sqrt{x}}\right)^n(n\in\mathbf{N}^*)$的展开式中的第 9 项 $T_9=C_n^8(-3)^8 2^{n-8}x^{2n-20}$为常数项，故有 $2n-20=0$，$\therefore n=10$.故选 D.

5. $\left(ax-\frac{1}{x}\right)^5$的展开式中 x 的系数为 80，则 a=(　　)

A. -2　　B. 2

C. ± 1　　D. ± 2

解析　$\left(ax-\frac{1}{x}\right)^5$的展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r(ax)^{5-r}\cdot\left(-\frac{1}{x}\right)^r=C_5^r\cdot a^{5-r}\cdot(-1)^r x^{5-2r}$，令 $5-2r=1$，可得 $r=2$，所以展开式中 x 的系数为 $C_5^2(-1)^2\cdot a^3=80$，解得 $a=2$.故选 B.

6．$(x^2+1)\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-2\right)^5$的展开式的常数项是(　　)

A．5　　B．-10

C．-32　　D．-42

解析　由于$\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-2\right)^5$展开式的通项为$T_{r+1}=C_5^r\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{5-r}\cdot(-2)^r=C_5^r(-2)^r x^{\frac{r-5}{2}}$，故$(x^2+1)\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-2\right)^5$的展开式的常数项是$C_5^1\times(-2)+C_5^5\times(-2)^5=-42$.故选D.

7. 在$\left(3x+\frac{1}{x}\right)^n$的展开式中，各项系数和与二项式系数和之比为64∶1，则展开式中的常数项为(　　)

A．540　　B．480

C．320　　D．160

解析　在$\left(3x+\frac{1}{x}\right)^n$的展开式中，令$x=1$，可得各项系数和为$4^n$，二项式系数和为$2^n$，各项系数和与二项式系数和之比为$\frac{4^n}{2^n}=64$，$\therefore n=6$，$\therefore \left(3x+\frac{1}{x}\right)^n$的展开式的通项为$T_{r+1}=C_6^r 3^{6-r}\cdot x^{6-2r}$.令$6-2r=0$，求得$r=3$，可得展开式中的常数项为$C_6^3\times 3^3=540$.故选A.

8. 若$(2-x)^6=a_0+a_1(1+x)+a_2(1+x)^2+\ldots+a_6(1+x)^6$，则 $a_4=($　　$)$

A．270　　B．135

C．-135　　D．-270

解析　由题意可得$[3-(x+1)]^6=a_0+a_1(x+1)+a_2(x+1)^2+\ldots+a_6(x+1)^6$，$\therefore a_4=C_6^4\times 3^2\times(-1)^4=135$.故选 B.

9．(多选)关于$\left(x^2+\frac{1}{x^2}-2\right)^3$的展开式，下列结论正确的是(　　)

A．所有项的二项式系数和为 32

B．所有项的系数和为 0

C．常数项为-20

D．二项式系数最大的项为第 3 项

解析　因为$\left(x^2+\frac{1}{x^2}-2\right)^3=\left[\left(x-\frac{1}{x}\right)^2\right]^3=\left(x-\frac{1}{x}\right)^6$，所以所有项的二项式系数和为$2^6=64$，故A错误；令$x=1$，得所有项的系数和为0，故B正确；因为$\left(x-\frac{1}{x}\right)^6$展开式的通项为$T_{r+1}=C_6^r x^{6-r}\cdot\left(-\frac{1}{x}\right)^r=(-1)^r C_6^r x^{6-2r}$，令$6-2r=0$，得$r=3$，所以常数项为$(-1)^3C_6^3=-20$，故C正确；二项式系数最大为$C_6^3$，为第4项，故D错误．故选BC．

10. (多选)$(1+ax)^{2023}=a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_{2023}x^{2023}$，若 $a_1=-6069$，则下列结论正确的是(　　)

A．$a=3$

B．$a_0+a_1+a_2+\ldots+a_{2023}=-2^{2023}$

C．$\frac{a_1}{3}+\frac{a_2}{3^2}+\ldots+\frac{a_{2023}}{3^{2023}}=-1$

D．$(1+ax)^{2023}$ 的展开式中第 1012 项的系数最大

解析　对于 A，$a_1=C_{2023}^{1}\cdot a=2023a=-6069$，可得 $a=-3$，故 A 错误；对于 B，因为$(1-3x)^{2023}=a_0+a_1x+a_2x^2+\dots+a_{2023}x^{2023}$，令 $x=1$，得 $a_0+a_1+a_2+\dots+a_{2023}=(1-3)^{2023}=-2^{2023}$，故 B 正确；对于 C，令 $x=0$，则 $a_0=1$，令 $x=\frac{1}{3}$，则$\frac{a_1}{3}+\frac{a_2}{3^2}+\dots+\frac{a_{2023}}{3^{2023}}=\left(1-3\times\frac{1}{3}\right)^{2023}-a_0=-a_0=-1$，故 C 正确；对于 D，由展开式知，$a_{2n}>0$，$a_{2n+1}<0(n\in\mathbf{N})$，故第 1012 项的系数 $a_{1011}<0$，不会是展开式中系数最大的项，故 D 错误.

11．若$(1+mx)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\dots+a_nx^n(m\neq0，n\in\mathbf{N}^*)$的各项系数和与二项式系数和均为32，则$m+n=$____6____，$a_3=$____10____.

解析　∵二项式系数和为32，∴$2^n=32$，∴$n=5$，∵各项系数和为32，∴令$x=1$，则$(1+m)^5=32$，∴$m=1$，∴$m+n=6$，$(1+mx)^n=(1+x)^5$的展开式的通项为$T_{k+1}=C_5^kx^k$，∴$a_3=C_5^3=10$.

12．若$\left(ax+\frac{1}{x}\right)(2x-1)^5$的展开式中各项系数的和为2，则实数$a=$____1____，该展开式中的常数项为____10____．

解析　因为$\left(ax+\frac{1}{x}\right)(2x-1)^5$的展开式中各项系数的和为2，所以令$\left(ax+\frac{1}{x}\right)(2x-1)^5$中的$x=1$，可得$a+1=2$，所以$a=1$.因为$(2x-1)^5$的展开式的通项为$T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}(-1)^r=C_5^r(-1)^r2^{5-r}x^{5-r}$，$r=0$，1，2，3，4，5，所以$\left(x+\frac{1}{x}\right)(2x-1)^5$的展开式中常数项为$1\times C_5^4\times(-1)^4\times2=10$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
https://d.book118.com/998055015010007005